

## ANÁLISE DA MORFAGEM DE WINGLETS UTILIZANDO LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Raphael Santana Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro  
Março de 2018

ANÁLISE DA MORFAGEM DE WINGLETS UTILIZANDO LIGAS COM  
MEMÓRIA DE FORMA

Raphael Santana Silva

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

---

Prof. Thiago Gamboa Ritto, D.Sc.

---

Prof. Ney Augusto Dumont, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 2018

Silva, Raphael Santana

Análise da morfagem de winglets utilizando ligas com memória de forma/ Raphael Santana Silva. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XIV, 73 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 70-73.

1. Ligas com memória de forma. 2. Morfagem de *winglet*. 3. Molas helicoidais com memória de forma. I. Savi, Marcelo Amorim. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

# Dedicatória

*Dedicado para:  
Meu pai, Antonio;  
Minha mãe, Odete;  
Minha irmã, Michelle; e  
Minha namorada, Tainara*

# Agradecimentos

Ao orientador desta dissertação, Prof. Marcelo Savi, pela indicação do tema e cuidadoso acompanhamento deste projeto. Obrigado pelos ensinamentos e conversas nos últimos dois anos. As experiências e conhecimentos que me transmitiu nesse mestrado foram os mais importantes resultados.

Aos professores da COPPE, cujas disciplinas oferecidas transmitem o conhecimento técnico necessários a qualquer engenheiro. Aos professores, Thiago Ritto e Ney Dumont, membros da banca, pela apreciação do conteúdo deste trabalho e sugestões de melhora e desenvolvimento.

A todos os amigos não lineares do MECANON/COPPE, pelas sugestões, companheirismos e boas ideias que incentivaram. Em especial, aos alunos de iniciação científica que participaram do projeto de morfagem, Endryws de Moura, Leonardo Cabral e Eduardo Borges. Obrigado pelos valiosos dias de trabalho em equipe para cumprirmos as nossas metas.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e EMBRAER pelos investimentos realizados para o contínuo das pesquisas e do desenvolvimento (P&D) no Brasil. Área de atuação que pretendo seguir.

A toda minha Família e em especial a: minha avó Carmem, pela criação, boas histórias e dedicação incondicional; minha irmã Michelle, que sempre esteve comigo, exceto nas disputas pelo controle remoto; meu pai Antônio, pelo exemplo, suporte e investimento em mim, da qual resulta o título de engenheiro mecânico; minha mãe que acreditou demais em mim, até mesmo quando disse, há 3 anos, que iria limpar um baú com papéis das matérias da faculdade. Eu não limpei, ainda, mas vou.

À minha namorada, Tainara, por todo o carinho e por conseguir me aturar por mais uma etapa, apesar da minha cabeça dura e procrastinação. Obrigado pelo incentivo e broncas enquanto eu passava por tudo isto. Não foi fácil, nem era para ser, e estar com você ao meu lado é fundamental para mim. Ainda cresceremos muito juntos. Ao nosso lema “vai dar certo... tem que dar!”.

Aos meus melhores amigos mais próximos: Marcinha, Mari e Yuri. Obrigado por estarem sempre presentes, animados e companheiros.

Aos citados, muito obrigado. Esse trabalho é graças a vocês. Devo-lhes essa

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ANÁLISE DA MORFAGEM DE WINGLETS UTILIZANDO LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Raphael Santana Silva

Março/2018

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

A utilização das ligas com memória de forma (SMA) como atuadores possibilita a construção de estruturas adaptativas e o desenvolvimento do conceito de morfagem. No contexto aeronáutico, as morfagens em aeronaves são inspiradas no voo de aves, como é o caso dos flapes e *ailerons*. Atualmente, as pontas de algumas asas apresentam um dispositivo estático chamado de *winglet*, que possui uma função aerodinâmica importante no voo de cruzeiro, mas que ocasiona perdas na sustentação durante a decolagem e a aterrissagem. Este trabalho busca analisar a morfagem de *winglets* utilizando atuadores com SMAs. Apresentam-se dois modelos alternativos de atuação em configuração *bias*: sistema mola-polia e sistema com molas torcionais. Os dois modelos conceituais representam as condições de aplicação da asa em escala reduzida. O estudo apresenta duas provas de conceitos e constrói dois protótipos para verificações experimentais. Diversas investigações paramétricas avaliam a influência do escoamento do ar e da sensibilidade do diâmetro do fio SMA e índice de mola. Os resultados mostram as condições em que é possível obter a variação desejada da geometria do winglet e a capacidade de atuação a partir de molas SMA.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## ANALYSIS OF MORPHING WINGLETS USING SHAPE MEMORY ALLOYS

Raphael Santana Silva

February/2018

Advisor: Marcelo Savi Amorim

Department: Mechanical Engineering

The use of shape memory alloys (SMA) as actuators allows to build adaptive structures and to develop the concept of morphing. In the aeronautical industry, the morphing of aircraft is inspired by the flight of birds, as for the flaps and ailerons. Nowadays, the wing tips may have a static device called winglet that has an important aerodynamic function in cruise flight, but generates lift losses during take-off and landing. This work aims to analyze the winglet's morphing using SMAs actuators. Two alternative models in bias configuration are presented: spring-pulley system and torsion springs system. Both models aim to represent conditions for application of a small-scale wing. This study shows a proof of concept and designs two prototypes for experimental verifications. Several parametric investigations evaluate the influence of air flow speed and the sensitivity of SMA wire diameter and spring index. The results show the conditions to obtain the desired geometric variation of the winglet and the feasibility of the actuation using SMA springs.

# Sumário

1 Introdução.....	1
1.1 Organização do trabalho .....	5
2 Ligas com memória de forma.....	6
2.1 Atuadores com memória de forma.....	9
2.2 Molas helicoidais com memória de forma .....	12
3 Morfagem em estruturas aeronáuticas.....	15
3.1 Morfagem utilizando ligas com memória de forma.....	19
4 Modelagem matemática.....	22
4.1 Modelo constitutivo .....	25
4.1.1 Parâmetros.....	27
4.2 Mola helicoidal de tração com memória de forma .....	27
4.3 Mola helicoidal de torção com memória de forma .....	31
5 Modelagem do sistema da asa .....	36
5.1 Equações de equilíbrio .....	36
5.1.1 Torque do peso .....	36
5.1.2 Torque dos atuadores lineares .....	37
5.1.3 Torque dos atuadores com memória de forma .....	37
5.1.4 Torque aerodinâmico.....	38
5.2 Procedimentos numéricos .....	40
5.2.1 Análise do escoamento em torno do winglet .....	42
6 Aparatos experimentais .....	44
6.1 Fabricação da mola com memória de forma .....	47
6.2 Comparação experimental e numérica .....	48
6.2.1 Sistema mola-polia.....	49
6.2.2 Sistema torcional.....	52
7 Investigações numéricas .....	54
7.1 Sistema mola-polia .....	54
7.1.1 Influência do diâmetro do fio SMA .....	58



7.1.2 Influência do índice da mola .....	59
7.1.3 Influência da velocidade do escoamento .....	60
7.2 Sistema torcional .....	61
7.2.1 Influência do diâmetro do fio SMA .....	65
7.2.2 Influência da velocidade do escoamento .....	66
8 Conclusões.....	68
8.1 Trabalhos futuros.....	69
Referências .....	70

# Lista de figuras

Figura 1 – Cryofit® em corte. À esquerda em união de dois tubos e à direita em esboço. (Fonte: adaptado de HARRISON e HODGSON [3]) .....	1
Figura 2 – “Stent” de Nitinol SMA posicionada na posição fechada e aberta na artéria. (Fonte: adaptado de HEART FOUNDATION [5]) .....	2
Figura 3 – Distribuição da utilização de materiais inteligentes no mercado de 2010 a 2016 – projeção. (Fonte: adaptado de MCWILLIAMS [6]) .....	2
Figura 4 – Percentual de patentes registradas de janeiro de 1990 a junho de 2013. (Fonte: adaptado de MOHD et al. [8]) .....	3
Figura 5 – Crescimento de patentes e de pesquisas com as ligas de memória de forma nos Estados Unidos da América. (Fonte: adaptado de MOHD et al. [8]) .....	4
Figura 6 – Esquema de transformações de fase para ligas com memória de forma. (Fonte: adaptado de HUANG [15]) .....	7
Figura 7 – Diagrama de fases no plano tensão-temperatura para ligas com memória de forma. (Fonte: adaptado de HUANG [15]) .....	7
Figura 8 – Diagrama tensão-deformação-temperatura para ligas com memória de forma, com a representação do efeito de memória de fase e da pseudoelasticidade....	8
Figura 9 – Esquemas indicativo das classes dos atuadores com memória de forma. .	10
Figura 10 – Atuador rotacional com fio SMA. (Fonte: adaptado de HUANG [15]) .....	10
Figura 11 – Atuador rotacional com mola SMA. (Fonte: adaptado de BERGAMASCO et al. [29]) .....	11
Figura 12 – Atuador rotacional com tubo SMA. (Fonte: adaptado de GUNTER [30]) ..	11
Figura 13 – Carregamento termomecânico cíclico para molas helicoidais com SMA. (Fonte: adaptado de AN et al. [32]) .....	12
Figura 14 – Molas torcionais SMA em aplicações reais e modelos em CAD. (Fonte: sup. adaptado de SALERNO et al. [42] e inf. SHENG e DESAI [43]) .....	14
Figura 15 – Morfagens características de aeronaves dentro e fora do plano longitudinal. (Fonte: adaptado de SOFLA et al. [31]) .....	15
Figura 16 – Forças aerodinâmicas em um aerofólio.....	16

Figura 17 – Esquema da variação das componentes do arrasto e o total em relação a velocidade de voo.....	17
Figura 18 – Posicionamento dos vórtices conforme três tipos de ponta de asa. (Fonte: COIMBRA e CATALANO [49]).....	18
Figura 19 – Efeito do winglet sobre o vórtice de ponta de asa. Esquema em perspectiva. Na asa esquerda, sem winglet; e na asa direita, com winglet. ....	19
Figura 20 – Morfagens de asas de aeronaves em protótipos testados em túnel de vento. (Fonte: à esquerda, SOFLA et al. [50] e à direita, ELZEY et al. [51]).....	19
Figura 21 – Esquemas de testes de atuação do programa SMART WING/DARPA. (Fonte: adaptado de KUDVA [25]) .....	20
Figura 22 – Detalhes do chevrons de geometria variável em uma turbina de avião. (Fonte: HARTL e LAGOUDAS [52]) .....	21
Figura 23 – Modelo conceitual. Configurações geométricas ao início (inclinada, à esquerda) e ao fim (reta, à direita) da atuação proposta.....	22
Figura 24 – Modelo conceitual com atuador mola-polia. Mola SMA colorizada em vermelho e mola elástica em azul. ....	23
Figura 25 – Modelo conceitual com o atuador torcional. Mola SMA colorizada em vermelho e mola elástica em azul. ....	23
Figura 26 – Detalhe dos atuadores dos dois modelos conceituais: sistema mola-polia, acima, e sistema torcional, abaixo. ....	24
Figura 27 – Mola de tração com memória de forma. (Fonte: ENEMARK et al. [38])....	29
Figura 28 – Esquema dos pontos representativos estrela e da distribuição de tensão fletora na seção transversal. (Fonte: esq. ENEMARK et al. [38]) .....	30
Figura 29 – Mola torcional e um elemento infinitesimal. Teoria de barra curva. ....	32
Figura 30 – Distribuição do momento fletor ao longo da asa para diferentes angulações do winglet e velocidades do escoamento do ar.....	39
Figura 31 – Variação do torque com a posição do winglet na asa para diversas velocidades do escoamento do ar.....	40
Figura 32 – Asas e as configurações do winglet conforme atuação. Modelagem no XFLR5. Acima, Esq.-Dir.: Configurações 0° e 20°, Abaixo, Esq.-Dir.: 50° e 70°.....	42
Figura 33 – Protótipo do atuador mola com a polia para o winglet reduzido. Sequência das imagens no sentido da atuação de cima para baixo. ....	45

Figura 34 – Protótipo com o atuador com mola torcional para o winglet reduzido. Sequência das imagens no sentido da atuação de cima para o lado e abaixo.....	45
Figura 35 – Atuadores SMA e elástico linear em destaque. No topo, modelo mola-polia e abaixo, modelo com mola torcional.....	46
Figura 36 – Molas fabricadas in loco. Acima as molas helicoidais de tração e abaixo as molas helicoidais de torção. À esquerda, os fios fixados nos dispositivos de fabricação antes do forno e, à direita, as molas resultantes após o tratamento térmico. ....	48
Figura 37 – Disposição dos sensores no aparato experimental. Sistema mola-polia. .	49
Figura 38 – Tensão e corrente fornecidas à mola SMA. Dados de Entrada. ....	50
Figura 39 – Resposta do sistema mola-polia. Ângulo e força com a temperatura. ....	51
Figura 40 – Verificação experimental do modelo numérico para mola de tração SMA.	51
Figura 41 – Tensão e corrente fornecidas à mola SMA. Dados de Entrada. ....	52
Figura 42 – Resposta do sistema mola torcional. Ângulo e torque com a temperatura. .....	53
Figura 43 – Verificação experimental do modelo numérico para mola de torção SMA.	53
Figura 44 – Evolução da força e da tensão na mola SMA de tração com a temperatura. Deformação inicial fixa.....	54
Figura 45 – Esquema da atuação do sistema mola-polia. Escala em milímetros. Posições angulares de: a) 70°; b) 60°; c) 20°, e; d) 0° em relação a horizontal.....	55
Figura 46 – Variação da fração volumétrica de martensita com a temperatura para os 12 diâmetros de fio SMA (0,03 a 0,25”) e 5 índices de mola (4 a 12).....	56
Figura 47 – Evolução do torque com a temperatura para os 12 diâmetros do fio SMA (0,03 a 0,25”) e 5 índices de mola (4 a 12). ....	57
Figura 48 – Curvas de variação do torque com a fração volumétrica de martensita....	58
Figura 49 – Ângulos de atuação com respeito a temperatura para 12 diâmetros de fios (0,03 a 0,25”) e 5 índices de mola (4 a 12). ....	59
Figura 50 – Ângulos máximos de atuação com respeito aos diâmetros do fio SMA para 5 índices de mola (4 a 12).....	60
Figura 51 – Variação do ângulo máximo atuado por cada diâmetro de fio e índice de mola em diferentes velocidades de escoamento do ar.....	61
Figura 52 – Evolução na temperatura do torque e tensão na mola SMA de torção....	62

Figura 53 – Esquema da atuação do sistema torcional. Escala em milímetros. Posições angulares de: a) 70°; b) 60°; c) 20°, e; d) 0° em relação a horizontal.....	62
Figura 54 – Evolução da fração volumétrica de martensita com a temperatura para 12 diâmetros de fio (0,03 a 0,25"). .....	63
Figura 55 – Variação do Torque com a temperatura para 12 diâmetros fio (0,03 a 0,25"). .....	64
Figura 56 – Curvas da variação do torque com a fração volumétrica de martensita....	64
Figura 57 – Ângulos de atuação com respeito a temperatura para 12 diâmetros de fio (0,03 a 0,25"). Eixo vertical de cima para baixo. ....	65
Figura 58 – Ângulos finais de atuação com respeito a 12 diâmetros do fio no sistema torcional.....	66
Figura 59 – Variação do ângulo atuado por cada diâmetro de fio em diferentes velocidades de escoamento do ar.....	67

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação entre os desempenhos de atuadores. (Fonte: MOHD et al. [8]) .....	9
Tabela 2 – Parâmetros geométricos da mola (Fonte: ENEMARK et al. [38]) .....	28
Tabela 3 – Algoritmo dos cálculos para o modelo mola-polia.....	41
Tabela 4 – Parâmetros da análise aerodinâmica da asa.....	43
Tabela 5 – Parâmetros da liga SMA. (Fonte: ENEMARK et al. [38]) .....	43
Tabela 6 – Valores dos parâmetros dos atuadores dos protótipos.....	44
Tabela 7 – Parâmetros da mola SMA utilizadas nos experimentos dos sistemas polia e torcional. (Fonte: LEAL [7] e Savi et al. [36]) .....	49

# 1 Introdução

As ligas com memória de forma – em inglês, *shape memory alloys (SMAs)* – são materiais metálicos capazes de recuperar deformação aparentemente permanente quando sujeitas a uma dada condição termomecânica. Essa recuperação advém do mecanismo de transformação de fase particular desses materiais [1]. Várias ligas se enquadram nas características das SMAs, mas as mais comuns são as ligas de Níquel-Titânio (*Nitinol*).

A descrição do comportamento termomecânico das SMAs é um tema complexo, tendo sido objeto de diversos estudos conforme o panorama mostrado por PAIVA e SAVI [2]. Os modelos constitutivos buscam apresentar uma descrição macroscópica, fenomenológica, que permite explorar o desenvolvimento de sistemas com atuação baseada em ligas com memória de forma. Esse desafio envolve modelos não lineares que necessitam de procedimentos numéricos apropriados.

O desenvolvimento de modelos matemáticos tem impulsionado uma série de aplicações das SMAs em diferentes campos do conhecimento humano. A título de exemplo, vale destacar o primeiro uso comercial de SMA em 1971 com o Cryofit®[3], um conector hidráulico do caça norte-americano F-14 que aproveita a habilidade do material com deformação residual (expandido) em retornar a sua forma original após aquecimento, a fim de unir as duas extremidades dos tubos, como mostra a Figura 1. Da mesma forma, ressalta-se na área médica o *stent* de *Nitinol* [4], um dispositivo tubular utilizado em angioplastia, na qual o paciente com uma artéria obstruída é submetido a uma cirurgia para a colocação deste tubo, inicialmente comprimido, que se expande na região de constrição da artéria coronária após ser aquecido pela temperatura do corpo, desobstruindo o fluxo sanguíneo, ilustrado na Figura 2.

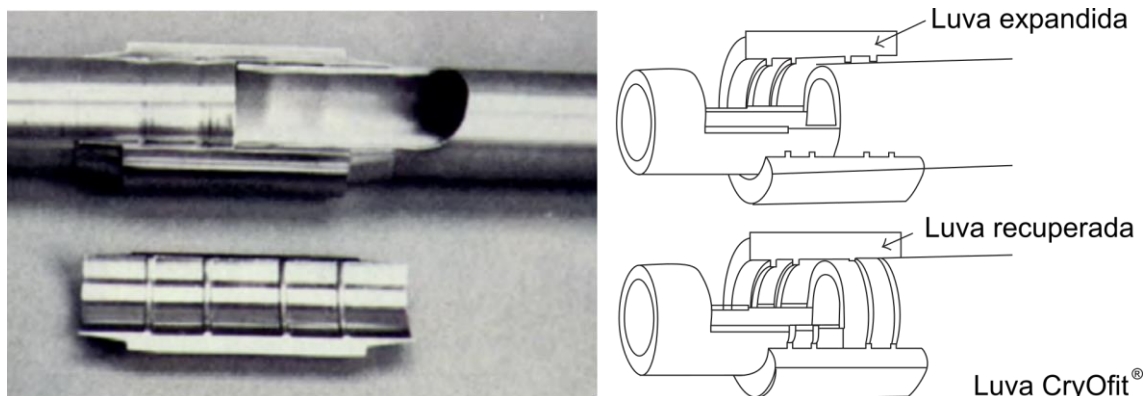


Figura 1 – Cryofit® em corte. À esquerda em união de dois tubos e à direita em esboço.  
(Fonte: adaptado de HARRISON e HODGSON [3])

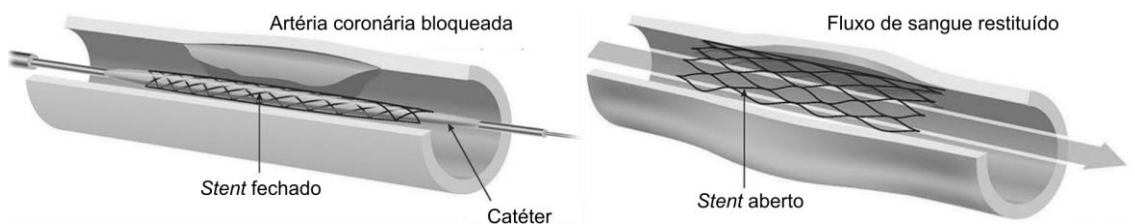


Figura 2 – “Stent” de Nitinol SMA posicionada na posição fechada e aberta na artéria.  
(Fonte: adaptado de HEART FOUNDATION [5])

As SMAs pertencem aos chamados materiais inteligentes, são estudados em pesquisas de diversas áreas do conhecimento, que têm como objetivo o desenvolvimento de sistemas com funções adaptativas ou inteligentes. Esses sistemas podem ser construídos com materiais que operam na forma de atuadores, sensores, transdutores e elementos estruturais [6].

Segundo a consultoria de mercados *BCC Research*, a distribuição da utilização desses materiais no mercado segue conforme a Figura 3. Nela, nota-se a predominância no uso como atuadores, adequados para aplicações que requeiram forças elevadas, deformações significativas e baixas frequências [7].

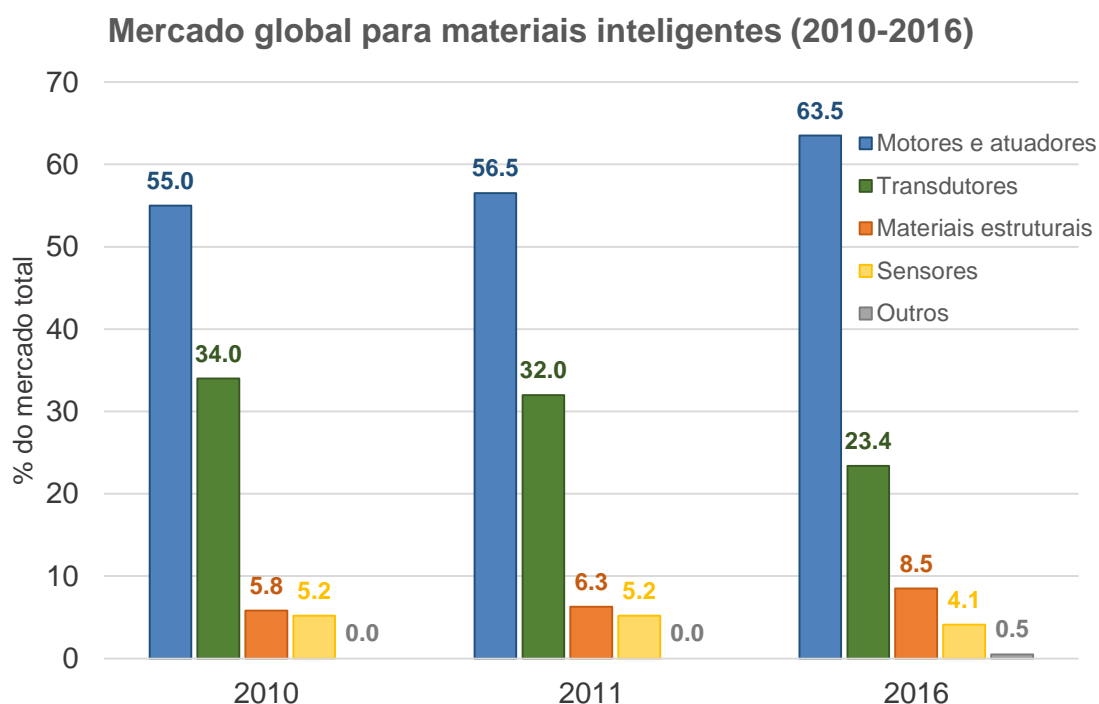
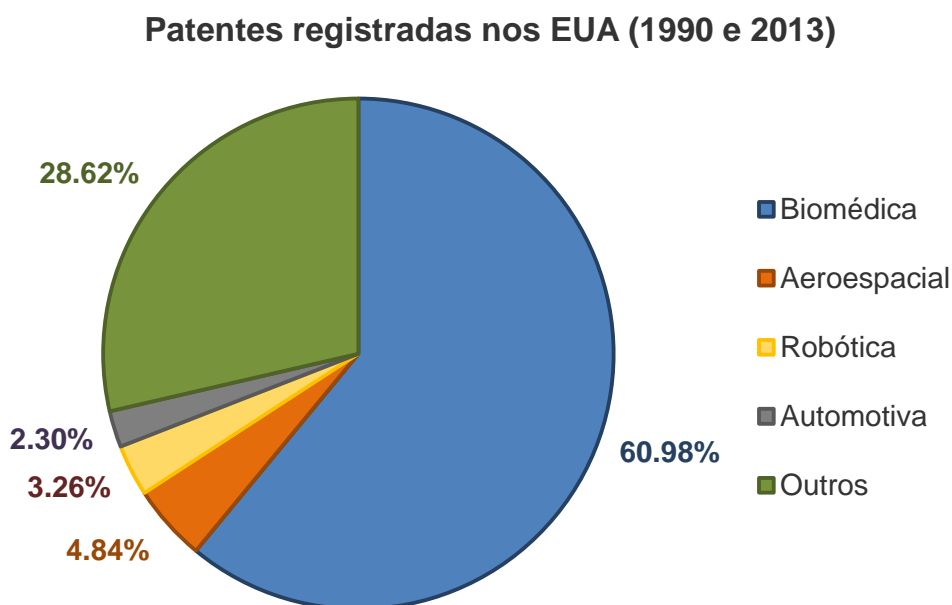


Figura 3 – Distribuição da utilização de materiais inteligentes no mercado de 2010 a 2016 – projeção. (Fonte: adaptado de MCWILLIAMS [6])

O desenvolvimento recente das ligas com memória de forma encontrou aplicações em uma gama de indústrias que incluem a automotiva, aeroespacial,



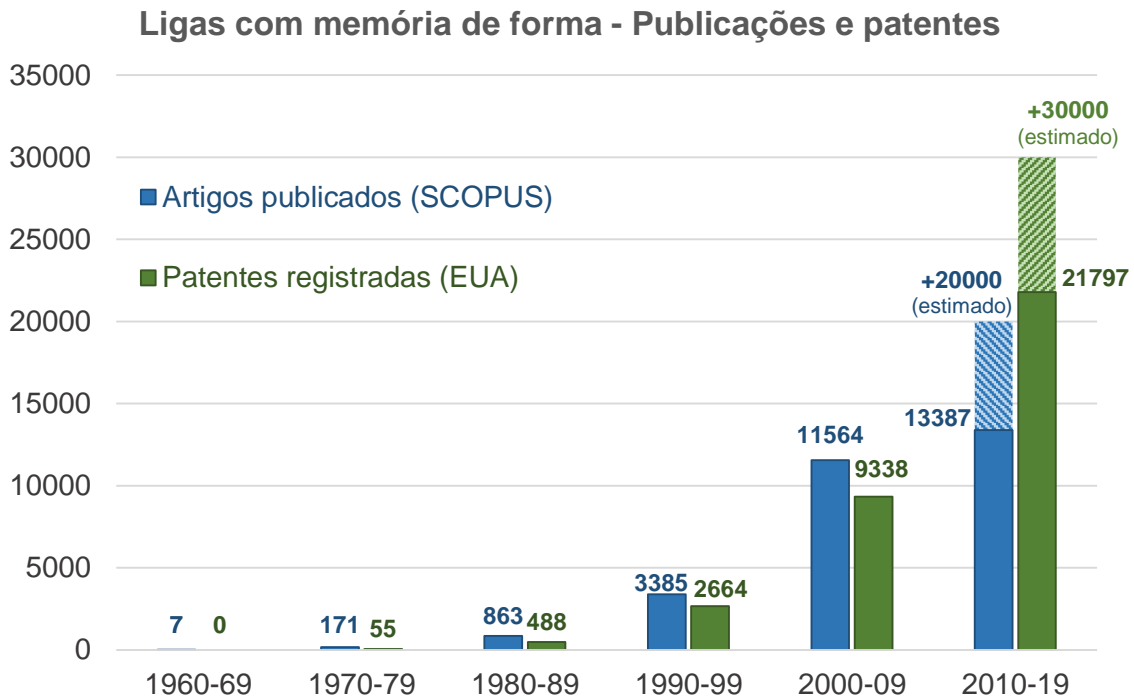
robótica, biomédica, entre outras. Uma pesquisa com os descritores “shape memory alloy” ou “nitinol” nos bancos de dados SCOPUS e USPTO, contando com artigos e patentes norte-americanas, respectivamente, apontou que as aplicações de SMAs tem interesse majoritário nas áreas médica e aeroespacial [8]. A Figura 4 mostra a proporção de registros de patentes entre as principais áreas de conhecimento.



*Figura 4 – Percentual de patentes registradas de janeiro de 1990 a junho de 2013.  
(Fonte: adaptado de MOHD et al. [8])*

A Figura 5 aponta o crescimento das aplicações em estruturas inteligentes (através do número de patentes registradas nos períodos de décadas) e o crescimento das pesquisas (pelo número de publicações científicas) das quais a diversificação e inovação em usos são características marcantes. As projeções apresentadas refletem o cenário de otimismo do setor.

Os projetos envolvendo as SMAs aproveitam predominantemente o efeito de memória de forma para a atuação e o efeito pseudoelástico para isolamento ou amortecimento de vibrações. Esses efeitos são discutidos em detalhes no capítulo 2.



*Figura 5 – Crescimento de patentes e de pesquisas com as ligas de memória de forma nos Estados Unidos da América. (Fonte: adaptado de MOHD et al. [8])*

No contexto aeronáutico, há uma crescente necessidade de desenvolvimento de estruturas adaptativas com o objetivo de vencer as limitações dos atuadores convencionais. Nessas circunstâncias, a morfagem da asa dos aviões é um tema de grande importância.

A ideia é criar estruturas bioinspiradas a partir da observação de pássaros e combinar a morfologia e cinemática de seus voos [9]. Por morfologia entende-se a forma da asa (área de sustentação, razão de aspecto, afunilamento e abaulamento), os mecanismos da superfície (pele, plumagem, ossos protuberantes) e as posições de asa em voo. Por sua vez, entende-se por cinemática a frequência do bater das asas, as situações na troca de orientações das asas, as angulações e velocidades de voo [10].

Na análise da morfagem de aeronaves pode-se considerar dois casos emblemáticos: *flapes* e *winglets*. O flape é uma seção articulada ou pivotada na parte posterior do aerofólio, usada para variar sua curvatura efetiva [11]. O *winglet* é uma superfície externa do avião que se estende além da superfície de sustentação [12]. Atualmente, na aviação civil internacional, a variação da posição do flape é provida por atuadores hidráulicos enquanto que o *winglet* não é atuado. Isso se dá pela incapacidade de uma atuação na ponta da asa sem que a adição de peso e reforços estruturais necessários pela aeronave se sobressaiam sobre os ganhos da morfagem.

Neste contexto, esforços de pesquisa têm sido feitos para a mudança dessa forma de atuação, para um conceito completamente integrado na estrutura e com atuação distribuída [13]. Essas inovações podem ser atribuídas a estruturas com materiais inteligentes, tais como os piezoelétricos, os magnetoestrutivos e as ligas com memória de forma.

Este trabalho apresenta uma investigação da morfagem de *winglets* atuados por ligas com memória de forma. O estudo é baseado em modelos em escala em uma abordagem quasi-estática. Constrói-se um modelo representativo de um sistema real, com o objetivo de mostrar uma prova de conceito. Um aparato experimental é construído, servindo de base para a investigação tanto numérica quanto experimental. Dois sistemas de atuação são idealizados: dispositivo mola-polia e dispositivo com mola torcional. Os dois sistemas se diferenciam, em essência, na disposição e nas condições de uso dos atuadores com memória de forma. Este estudo é uma sequência do trabalho desenvolvido por LEAL [7], que investiga a morfagem de flapes.

## 1.1 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. Após esta introdução, o capítulo 2 apresenta uma breve discussão das ligas com memória de forma, seus fenômenos e suas aplicações na forma de atuadores. Na sequência, o capítulo 3 apresenta um panorama do problema aeronáutico e a utilização das SMAs para a morfagem.

O capítulo 4 se dedica a apresentar os modelos conceituais analisados. Dois sistemas são propostos, destacando os mecanismos de atuação. Apresenta-se também o modelo constitutivo para ligas com memória de forma e sua extensão para molas helicoidais de tração e de torção, levando em consideração as não linearidades geométricas e constitutivas.

No capítulo 5 é formulada a equação de equilíbrio da asa atuada, considerando um problema quasi-estático, com os cálculos de todas as componentes dos torques envolvidos. Por fim, um algoritmo para resolução do problema numérico é apresentado.

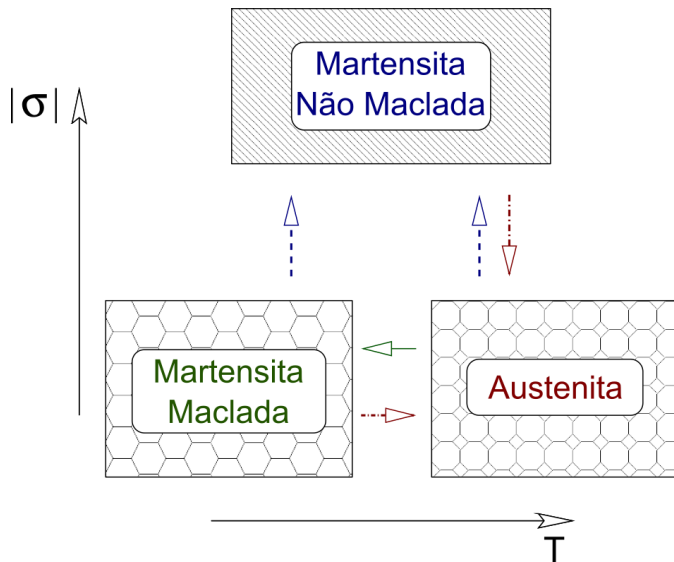
Os capítulos 6 e 7 discutem os resultados experimentais e numéricos, fazendo uma análise paramétrica que permite tirar conclusões sobre os efeitos da morfagem. Finalmente, o capítulo 8 apresenta as considerações finais acerca deste trabalho.

## 2 Ligas com memória de forma

As ligas com memória de forma apresentam características não lineares únicas, com dois fenômenos típicos decorrentes da transformação de fase: o efeito pseudoelástico e o efeito de memória de forma. A pseudoelasticidade é o comportamento inelástico apresentado em temperaturas suficientemente altas relacionada com a capacidade de recuperação de grandes deformações devido a um carregamento mecânico, apresentando um laço de histerese. O efeito de memória de forma é a habilidade de o material retornar para a configuração indeformada num ciclo térmico, após ser submetido a um carregamento mecânico que provoca uma deformação residual em temperaturas baixas.

Esses comportamentos macroscópicos das SMAs estão relacionados com as transformações de fase que dependem da história do carregamento termomecânico. As transformações são reversíveis e ocorrem entre duas fases: austenita e martensita [14]. A austenita é a fase mais organizada em nível microscópico, estável a altas temperaturas e baixas tensões. A martensita é uma fase menos organizada, apresentando uma estrutura cristalina maclada estável a baixas temperaturas e baixas tensões, e uma estrutura não maclada estável a altas tensões. A Figura 6 apresenta um desenho esquemático da estabilidade das estruturas em termos de tensão e temperatura. Considera-se que os volumes se mantêm aproximadamente constantes entre as transformações de fase [15].

O diagrama de fases típico de uma SMA está mostrado na Figura 7. A hachura indica a fase estável na região e as linhas oblíquas marcam o início e o fim da transformação entre fases. Essas linhas se interceptam nos pontos sobre o eixo das abscissas,  $M_f, M_s, A_s$  e  $A_f$ , representando propriedades importantes do material livre de carregamento mecânico;  $M_s$  é a temperatura inicial da formação da martensita;  $M_f$  é a temperatura final da formação da martensita;  $A_s$  é a temperatura inicial da formação da austenita, e;  $A_f$  é a temperatura final da formação da austenita.



Notas:

1) Os volumes se mantêm aproximadamente constantes durante todas as transformações;

2) Os espécimes de austenita e martensita maclada possuem formas quase idênticas.

Figura 6 – Esquema de transformações de fase para ligas com memória de forma.

(Fonte: adaptado de HUANG [15])

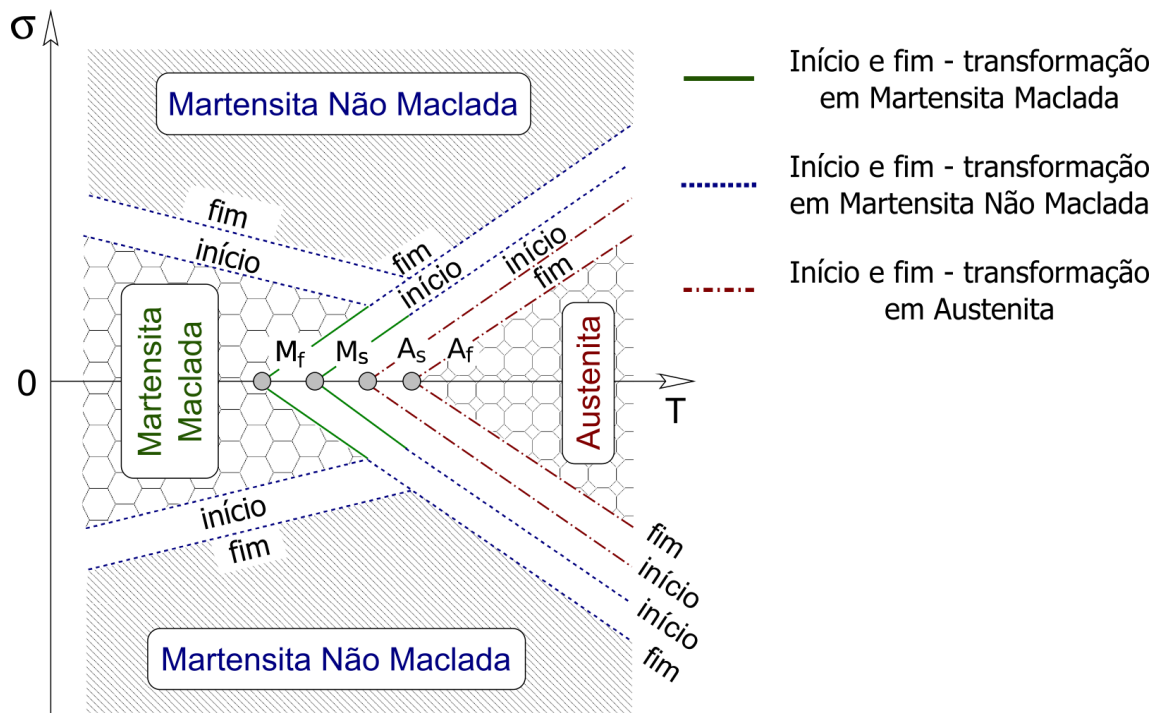


Figura 7 – Diagrama de fases no plano tensão-temperatura para ligas com memória de forma. (Fonte: adaptado de HUANG [15])

Usualmente, podem ser traçados caminhos de transformações de fase através dos diagramas de fases. A Figura 8 apresenta um diagrama tensão-deformação-temperatura, mostrando os efeitos pseudoelástico e de memória de forma. A linha vermelha indica a presença de austenita, enquanto a verde representa a martensita maclada e a azul a martensita não maclada.

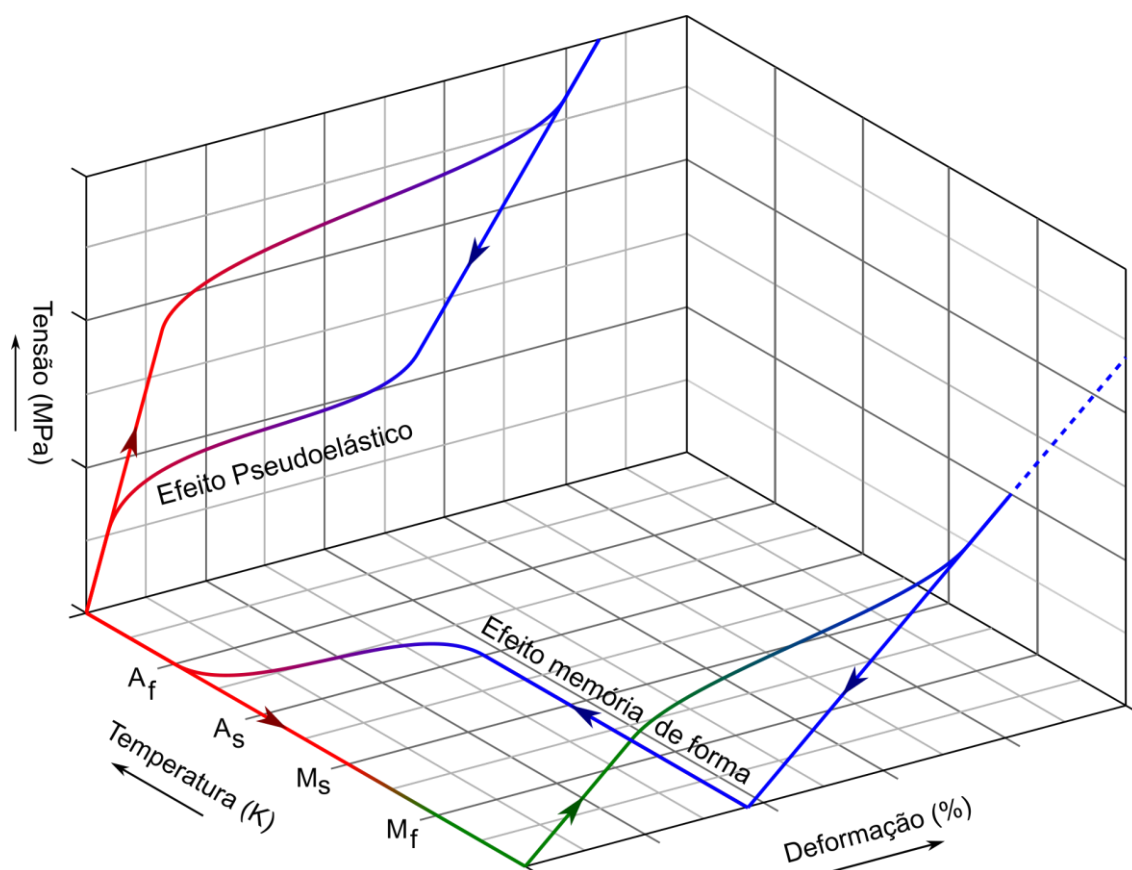


Figura 8 – Diagrama tensão-deformação-temperatura para ligas com memória de forma, com a representação do efeito de memória de fase e da pseudoelasticidade.

A curva do carregamento mecânico para temperaturas acima de  $A_f$  é classicamente apresentada para o efeito pseudoelástico – resultado da transformação de austenita em martensita não maclada – seguida do descarregamento mecânico – transformação de martensita não maclada para austenita.

Para temperaturas abaixo de  $M_f$ , a curva é característica do efeito de memória de forma – resultado da transformação de martensita maclada em não maclada – no plano tensão-deformação, seguido de descarregamento a temperatura constante e posteriormente por aquecimento – onde é possível observar a transformação da martensita não maclada em austenita – apresentando a recuperação da deformação aparente. Por fim, o resfriamento marca a transformação de austenita em martensita maclada, finalizando o ciclo termomecânico.

A aplicabilidade das SMAs está diretamente relacionada a esses efeitos fenomenológicos. Como vantagens do emprego de SMA em estruturas pode-se listar [15]: redução da massa e volume necessário em relação aos atuadores tradicionais; amortecimento do sistema; atuação silenciosa; capacidade de se tornar sensor;

confiabilidade elevada; recuperação de grandes deformações; e elevada resistividade elétrica, pela qual é possível aquecer o material por efeito Joule.

A seguir, uma investigação acerca dos atuadores de SMA mostra um recorte das práticas em pesquisas, conferindo uma motivação a este trabalho

## 2.1 Atuadores com memória de forma

A Tabela 1 mostra uma comparação de algumas características de atuadores, incluindo naturais como o músculo humano, e as ligas com memória de forma, representadas pelo Nitinol. Na comparação, nota-se que as ligas SMAs são adequadas para aplicações de baixa frequência que envolvam grandes deformações e forças, com elevado trabalho específico.

*Tabela 1 – Comparação entre os desempenhos de atuadores. (Fonte: MOHD et al. [8])*

Tipo de atuador	Tensão (MPa)	Deformação (%)	Eficiência (%)	Trabalho específico (J/cm <sup>3</sup> )	Potência específica (W/cm <sup>3</sup> )	Banda de frequências (Hz)
Nitinol (SMA)	200	10	3	10	30	3
Piezoelétrico	300	1.7	90	2.55	15000	5800
Músculo humano	0.007 a 0.8	1 a 100	35	0.035	0.35	2 a 173
Hidráulico	20	50	80	5	20	4
Pneumático	0.7	50	90	0.175	3.5	20

As características de um atuador com SMA podem ser exploradas a partir da concepção de mecanismos que intensificam os efeitos adaptativos das ligas. Para atuações repetitivas, três classes de atuadores são comumente apresentadas [16]: efeito de memória de forma reversível, bidirecional (*two-way shape memory effect*), utiliza um único elemento sendo o mais compacto e de montagem simplificada [17]; *bias* – uma mola elástica em contraposição a um elemento com SMA é responsável pela restituição da posição inicial [7]; antagonista – dois atuadores com SMA em sentidos opostos, que apresenta maior força e curso [18].

A Figura 9 ilustra as três classes de atuadores com SMA. Em MONTEIRO *et al.* [19] encontra-se uma investigação numérica de diferentes configurações tipo *bias* e antagonistas, além de uma metodologia para análise paramétrica que busca auxiliar o dimensionamento dos atuadores do mecanismo.

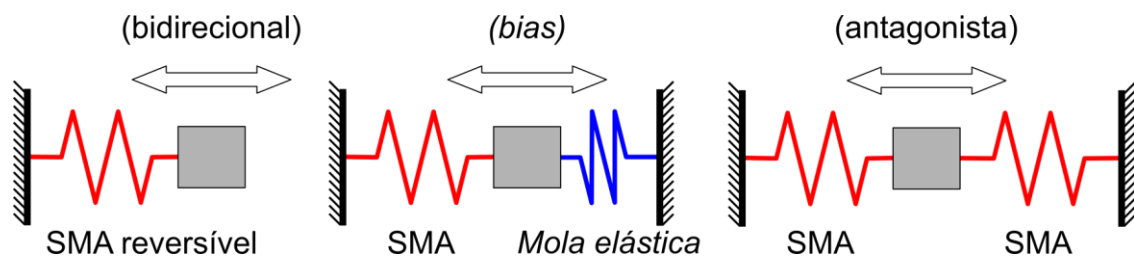


Figura 9 – Esquemas indicativo das classes dos atuadores com memória de forma.

Outra possibilidade de explorar a ação dos atuadores é através da forma dos elementos com memória de forma [20]. Nesse contexto, destacam-se: fios retos, de modo a obter forças elevadas com pequena deflexão [21,22]; molas helicoidais, utilizadas para grandes cursos de deslocamento (ou rotações) com força (ou torque) reduzida [23,24]; barra ou tubos de torção, usadas para grandes rotações e altos torques [25,26]; outras geometrias [27,28].

A Figura 10 mostra o mecanismo criado por HUANG [15] para obter um movimento rotacional de um eixo biapoado. Nela, o fio de SMA é o atuador proposto e fornece a força para se opor a carga externa no disco.

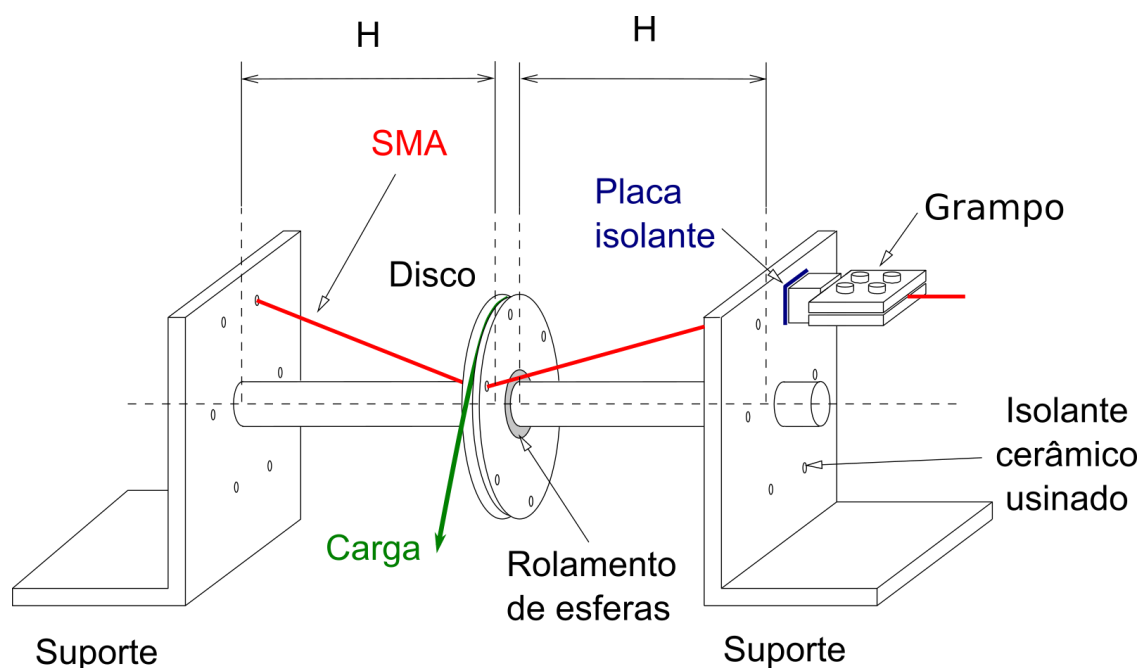


Figura 10 – Atuador rotacional com fio SMA. (Fonte: adaptado de HUANG [15])

Na aplicação de BERGAMASCO *et al.* [29], Figura 11, o uso da mola de SMA se torna necessário para conferir a rotação necessária na junta com aplicação robótica. O mecanismo possui um sistema de resfriamento a fim de aumentar a frequência de atuação.



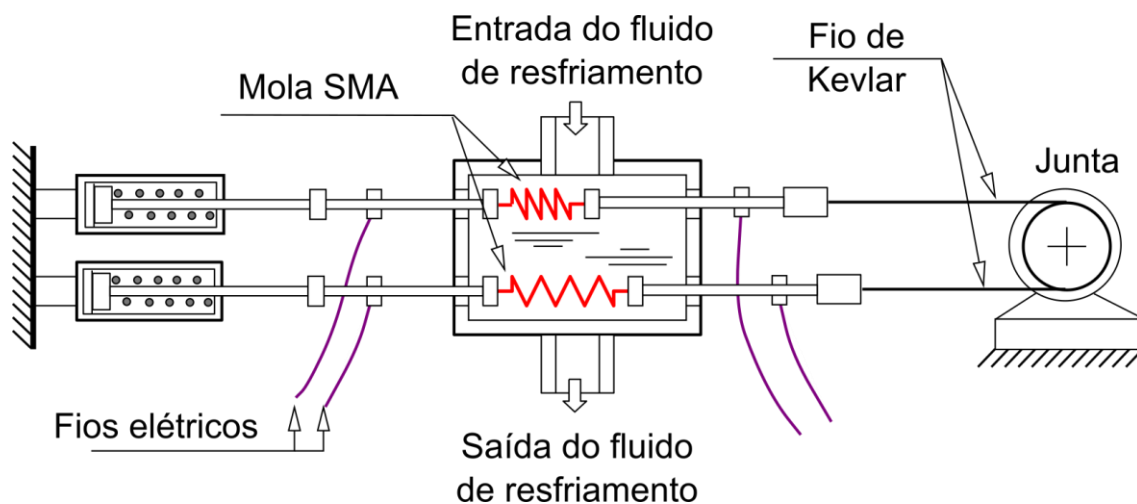


Figura 11 – Atuador rotacional com mola SMA.

(Fonte: adaptado de BERGAMASCO et al. [29])

Na patente de GUNTER [30], Figura 12, um sistema antagonista de tubos de SMA é idealizado para a atuação de um leme em aeronaves da *Boeing*. Para tal uso, os tubos foram previamente caracterizados e especialmente fabricados e treinados.

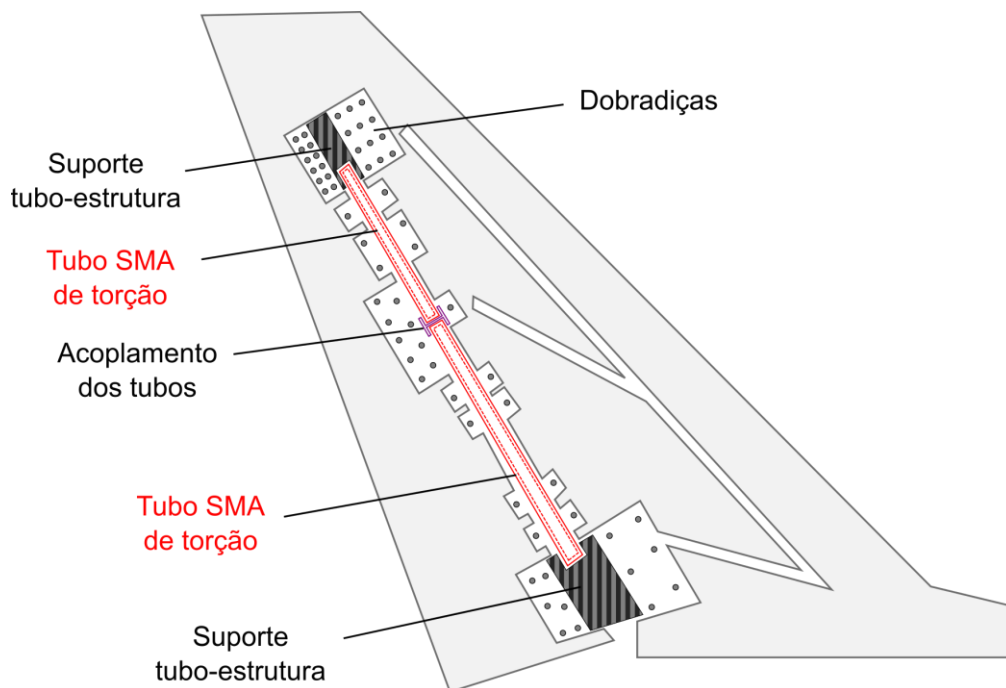


Figura 12 – Atuador rotacional com tubo SMA. (Fonte: adaptado de GUNTER [30])

Os parâmetros básicos do projeto de atuadores SMA incluem sua geometria (comprimento e seção transversal), o pré-tensionamento, a característica termomecânica dos componentes e a montagem do dispositivo [31].

Na sequência, aprofunda-se nas discussões das aplicações das SMAs com a forma de mola helicoidal, que são de especial interesse neste trabalho.

## 2.2 Molas helicoidais com memória de forma

As molas helicoidais com memória de forma apresentam desafios na modelagem devido às não linearidades constitutivas e geométricas, sendo a primeira pertinente às transformações de fase e a segunda devido ao grande curso de deslocamento.

A Figura 13 apresenta um ciclo termomecânico para molas helicoidais de tração com memória de forma e consiste de uma deformação (transformação induzida por carregamento mecânico – martensita maclada em martensita não maclada) seguido de aquecimento (transformação induzida por temperatura – martensita não maclada em austenita) e resfriamento (transformação induzida por temperatura – austenita em martensita maclada).

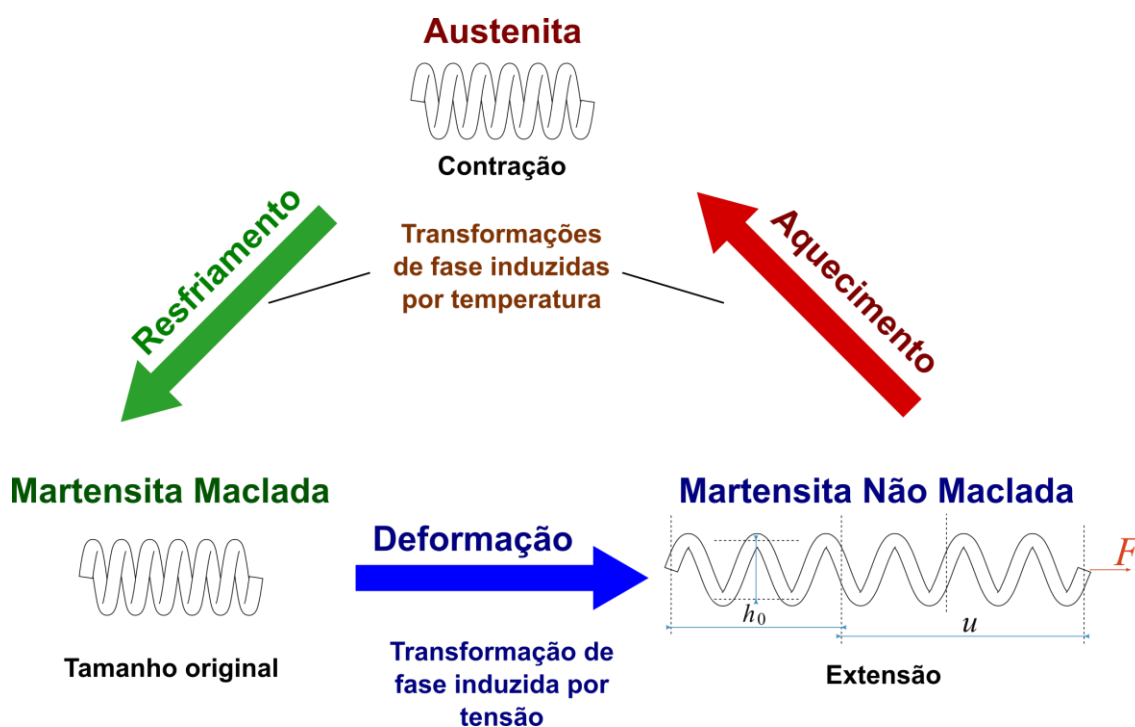


Figura 13 – Carregamento termomecânico cíclico para molas helicoidais com SMA.

(Fonte: adaptado de AN et al. [32])

Os requisitos de projeto de uma mola com SMA têm analogia com o projeto de uma mola elástica linear que, geralmente, são relacionados com a resistência do material, força de atuação, tamanho (e deformação) e direção do esforço mecânico (tensão, compressão ou torção) [33], e são funções dos parâmetros geométricos: diâmetro do fio, diâmetro da mola, ângulo de inclinação e número de espiras [32].

De acordo com AN *et al.* [32], três abordagens costumam ser feitas para investigar os efeitos macroscópicos das molas helicoidais com memória de forma: caracterização experimental, aproximação numérica e modelos analíticos.

A caracterização por experimentos tem a vantagem de verificação imediata e contorna as dificuldades impostas pela formulação constitutiva. Elas constituem uma importante alternativa para o desenvolvimento das aplicações das SMAs. MENCIASSI *et al.* [34] e TRIMMER *et al.* [35] usaram essa abordagem para desenvolver protótipos miméticos de uma minhoca e uma lagarta, respectivamente.

O método dos elementos finitos se destaca entre as aproximações numéricas. Em SAVI *et al.* [36] e AURICCHIO *et al.* [37] os modelos em elemento finitos foram investigados para pseudoelasticidade e efeito de memória de forma.

No desenvolvimento de modelos para molas de SMA, duas possibilidades são observadas segundo ENEMARK *et al.* [38]: a elaboração de modelos unidimensionais [39] a partir de um ponto representativo na seção transversal; ou a consideração de modelos bidimensionais [38] considerando um estado de deformações e tensão (torção e a flexão) do fio durante a deflexão da mola. A combinação de não linearidades constitutivas e geométricas define o tipo de resposta da mola. SAVI *et al.* [36] discutem o mesmo tema apresentando a comparação experimental e a análise através do método dos elementos finitos.

As aplicações desses dispositivos também são variadas. BORGES *et al.* [40] apresentam um sistema que utilizou molas com SMA para reduzir a vibração do mancal de um rotor com rotações acima da velocidade crítica. No trabalho de DONG *et al.* [41] a otimização da forma de um aerofólio foi numericamente analisada e verificada com experimentos com molas SMA. YAN *et al.* [24] investigaram a frequência de atuação por molas com SMA para uma garra robótica por diferentes condições de aquecimento e resfriamento.

Algumas publicações apresentam a modelagem e a aplicação de molas helicoidais de tração SMA. Na literatura, apenas duas modelagens de dispositivos com mola de torção com memória de forma foram encontradas. SALERNO *et al.* [42] discutiram um dispositivo torcional com SMA para uso cirúrgico e SHENG e DESAI [43] para uma atuação em junta robótica. A Figura 14 mostra a montagem do dispositivo, esquemática e experimental.

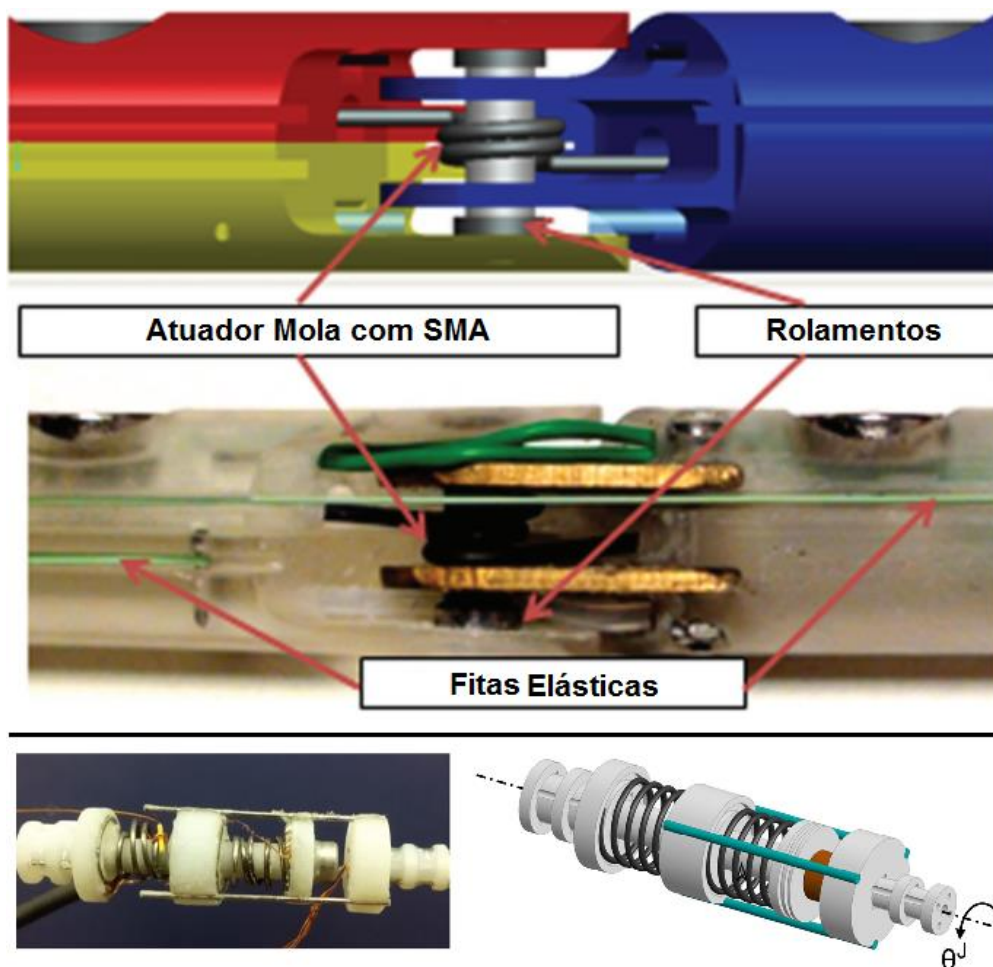


Figura 14 – Molas torcionais SMA em aplicações reais e modelos em CAD.  
(Fonte: sup. adaptado de SALERNO et al. [42] e inf. SHENG e DESAI [43])

### 3 Morfagem em estruturas aeronáuticas

As aeronaves que morfam são aquelas que passam por mudanças geométricas de modo a se adaptarem às condições de voo, não existindo definição quanto às deformações mínimas que as qualificam para tanto. Os maiores desafios para a morfagem das asas dos aviões são: requisito de distribuição de alta densidade de energia para atuação; mecanização estrutural, superfícies flexíveis e resistentes; e o desenvolvimento da lei de controle do sistema [44].

SOFLA *et al.* [31] divide as morfagens segundo duas categorias, de acordo com as transformações dentro e fora do plano longitudinal. Nos casos no plano longitudinal tem-se as seguintes situações: mudanças de envergadura, comprimento da corda e ângulo da varredura. Por outro lado, os casos fora do plano longitudinal são representados por: rotação do perfil do aerofólio, flexões da envergadura e da curvatura da câmara – ao longo da corda. A Figura 15 ilustra essas seis morfagens características da aeronave.

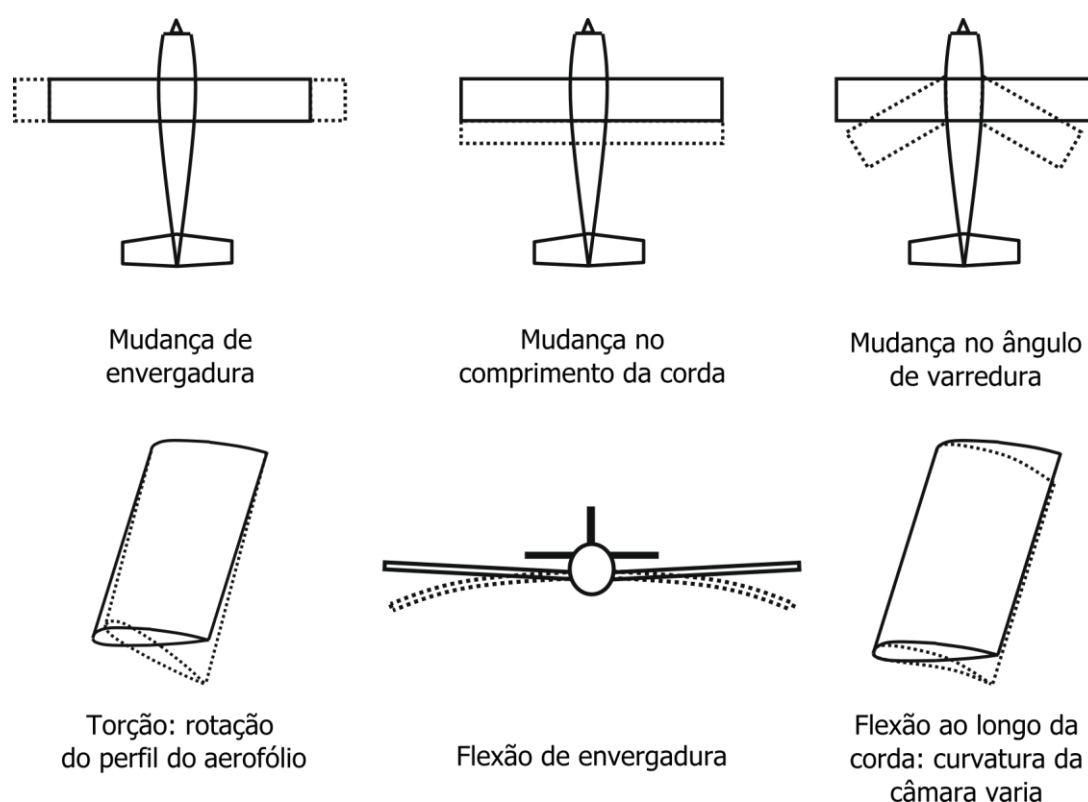


Figura 15 – Morfagens características de aeronaves dentro e fora do plano longitudinal.  
(Fonte: adaptado de SOFLA *et al.* [31])

Devido à complexidade dos efeitos aerodinâmicos, a forma ótima da carenagem da aeronave depende das condições de voo que são regidas a partir das

equações de Navier-Stokes. Desta forma, o escoamento do ar ao redor da asa do avião é governado por equações não lineares e não têm solução analítica. As investigações ao redor dos componentes dos aviões são estudadas caso a caso de modo a representar, com uma melhor aproximação, as situações reais. Diversas hipóteses são consideradas com o objetivo de descrever o movimento da aeronave e, assim, as teorias são desenvolvidas para partes específicas. Com o entendimento dos efeitos aerodinâmicos, as pesquisas podem seguir para a otimização da geometria nas condições de voo.

A Figura 16 mostra, esquematicamente, as direções das forças atuantes na asa do avião: empuxo, sustentação, arrasto, e peso. A sustentação é a força que mantém o avião em altitude de voo, gerado por todas as partes do avião, mas principalmente pela asa e é decorrente do movimento do avião em relação ao ar. O empuxo é a força que move a aeronave pelo ar, sendo gerado pelos motores em seu sistema de propulsão, superando o arrasto devido ao seu corpo e o próprio peso. O arrasto é a resultante das forças que se opõe ao movimento da aeronave devido à resistência do ar.

A filosofia da morfagem leva em consideração as condições de voo. Ela depende da forma, tamanho e inclinação da aeronave e das condições de escoamento do ar que circula pelo avião. Em baixas velocidades, a forma do flape tem que permitir que a aeronave voe com melhor controle durante a decolagem – devido ao aumento da sustentação e diminuição do arrasto – e que reduza a velocidade de aproximação para pouso em um ajuste de sua geometria, de forma a aumentar o arrasto [45].

Existem diferentes formas de arrasto que dependem do atrito (arrasto de cisalhamento) ou do gradiente da pressão (arrasto de pressão) entre a parte frontal e a posterior do perfil da aeronave. Desses dois casos, os mais importantes nesse estudo são o arrasto induzido e o arrasto parasita.

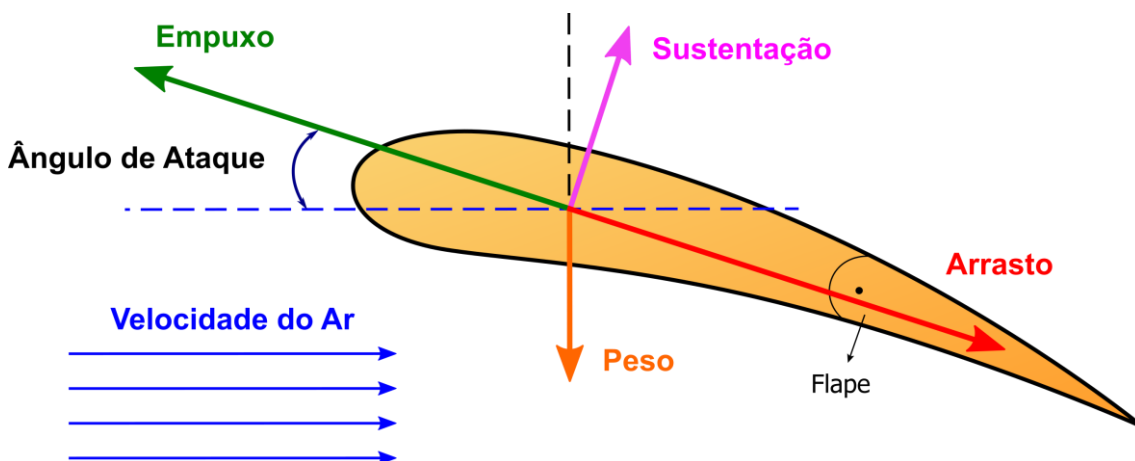


Figura 16 – Forças aerodinâmicas em um aerofólio.

O arrasto parasita é a resistência provocada pelo atrito com o ar das superfícies do avião que não produzem sustentação, como a fuselagem, os trens de pouso, as antenas e diversos outros. O arrasto induzido é um efeito tridimensional relacionado com a distribuição da sustentação pela asa, responsável entre 30-50% do valor do arrasto total em voo de cruzeiro usual [46]. A Figura 17 mostra, qualitativamente, a composição da força de arrasto em função da velocidade de voo.

O escoamento ao redor da ponta da asa é definido pelos vórtices gerados na região. Esses vórtices geram um aumento do arrasto induzido, o que prejudica o desempenho da aeronave, com o aumento do consumo de combustível. Para evitar essa componente do arrasto, os pesquisadores se inspiram na natureza, buscando melhor estabilidade do voo.

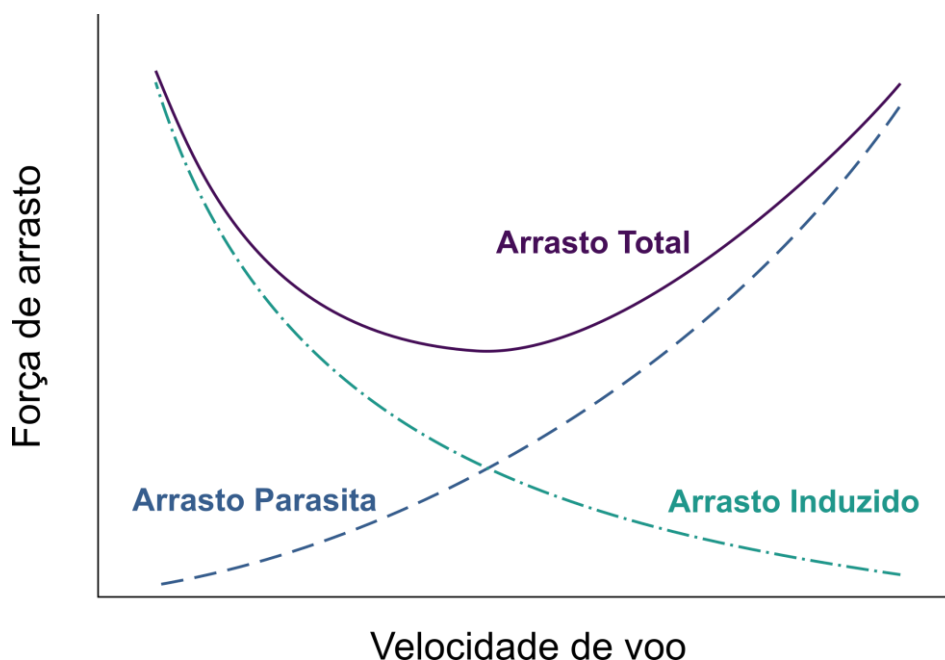


Figura 17 – Esquema da variação das componentes do arrasto e o total em relação a velocidade de voo.

Baseado no escoamento ao redor da ponta da asa, surgiu a ideia do uso de *winglets*, que promovam uma redução na geração de vórtices, diminuindo o arrasto em até 20% [47] e, por conseguinte, uma melhora na relação sustentação-arrasto. Essa ideia foi desenvolvida e aplicada com sucesso pela primeira vez em 1976 [47] tendo como responsável o engenheiro Richard T. Whitcomb, da NASA.

Em testes realizados na aeronave militar KC-135, avião da linha Boeing 707, obteve-se uma redução no consumo de combustível de 6,5% com o uso dos *winglets* [48]. Na aeronave agrícola Ipanema, da EMBRAER, atingiu-se o aumento de 20% do desempenho de produtividade e manobrabilidade na pulverização de plantações com

o uso dos *winglet* [49]. A Figura 18 mostra um desenho esquemático de como a ponta de asa influencia o posicionamento dos vórtices. Observa-se que o *winglet* afasta o vórtice do plano longitudinal da aeronave.

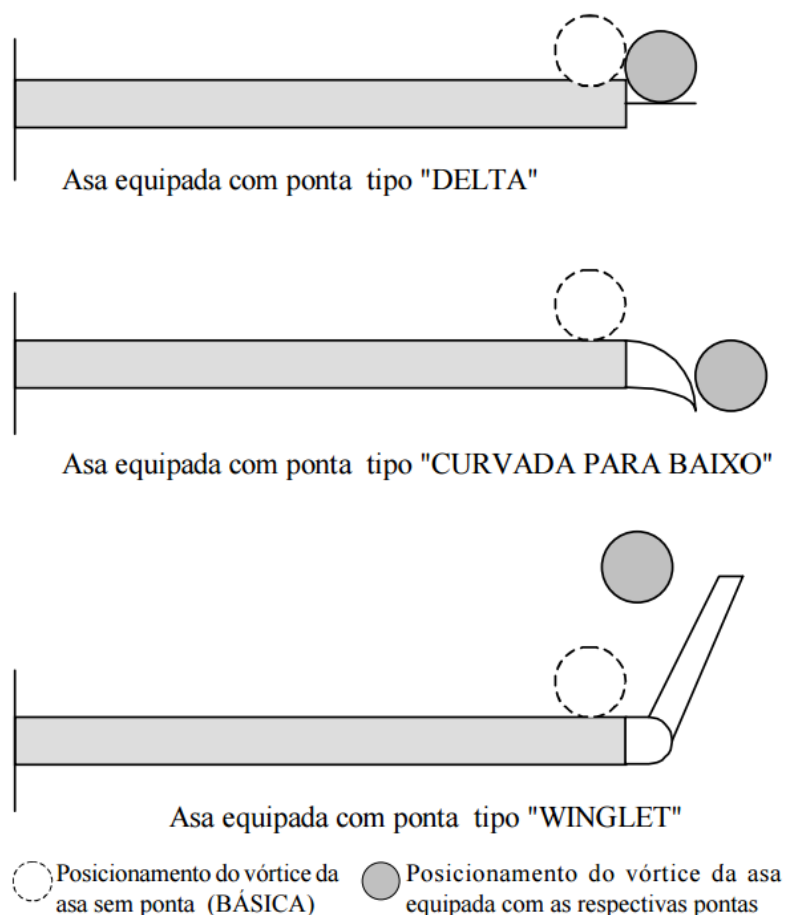
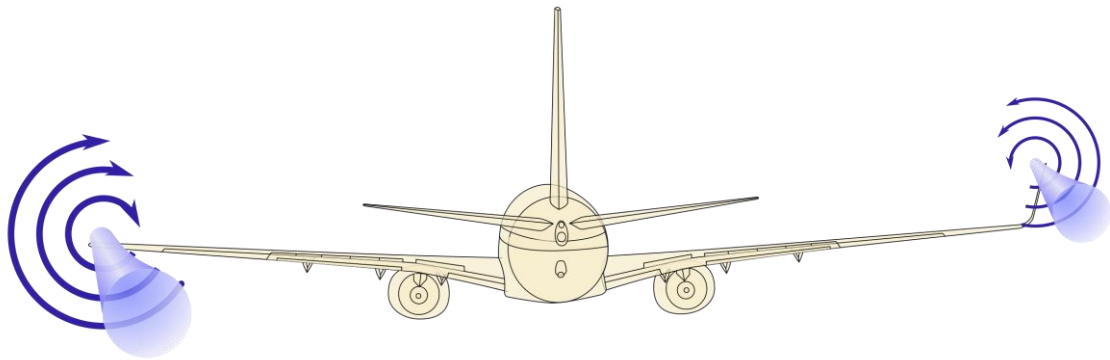


Figura 18 – Posicionamento dos vórtices conforme três tipos de ponta de asa.  
(Fonte: COIMBRA e CATALANO [49])

A Figura 19 mostra como o uso do *winglet* pode alterar as condições aerodinâmicas ao redor da ponta da asa durante o cruzeiro. Nessa figura, é visualmente apresentada à esquerda, uma intensa geração de vórtices, enquanto que uma geometria de asa com *winglet*, representada à direita, desloca a sua posição, reduzindo sua intensidade.

As condições ótimas para uma geometria de *winglet*, buscando melhor desempenho da aeronave, variam com as diversas circunstâncias de voo: ângulo de ataque; velocidade de escoamento do ar; procedimento de subida ou descida ou voo de cruzeiro; proximidade ao solo; dentre outros [49]. Desta maneira, a morfagem do *winglet* deverá atuar melhorando a sua geometria entre as diversas posições de voo, tornando ainda mais eficiente o consumo de combustível e aumentando a autonomia da aeronave, com a diminuição do arrasto induzido.

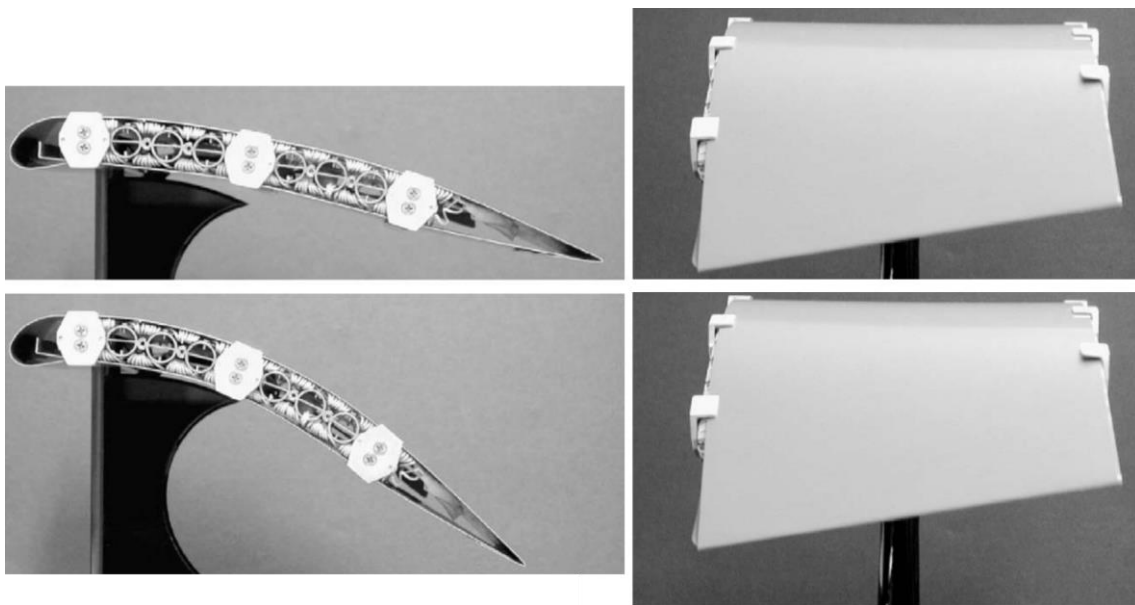




*Figura 19 – Efeito do winglet sobre o vórtice de ponta de asa. Esquema em perspectiva. Na asa esquerda, sem winglet; e na asa direita, com winglet.*

### 3.1 Morfagem utilizando ligas com memória de forma

A morfagem utilizando ligas com memória de forma é uma área promissora. São exemplos da aplicação de SMA para morfagens os trabalhos desenvolvidos por SOFLA *et al.* [50] nos quais a estrutura da câmara passa por mudanças ao longo da corda, e ELZEY *et al.* [51] submetem a asa a uma torção da sua geometria. Em ambos os casos as atuações são antagônicas, de modo a controlar a atuação em dois sentidos – ida e volta. A Figura 20 mostra os protótipos nas posições inclinada e reta, à esquerda, enquanto à direita, a atuação é em sentidos opostos. Deve-se observar as grandes amplitudes nos dois casos.



*Figura 20 – Morfagens de asas de aeronaves em protótipos testados em túnel de vento. (Fonte: à esquerda, SOFLA *et al.* [50] e à direita, ELZEY *et al.* [51])*

Um dos projetos mais famosos em aplicação de SMA foi o programa SMART WING encomendado pela AFRL (*Air Force Research Lab*) como parte do projeto DARPA (do inglês *Defense Advanced Research Projects Agency*). KUDVA [25] apresenta uma discussão sobre a aplicação com sucesso de um protótipo em escala da SMART WING ensaiado em túnel de vento, indicado na Figura 21. O trabalho também mostra que na asa em escala real o tubo de torção de SMA não forneceria força suficiente requerida na aplicação. Quatro anos depois, HARTL e LAGOUDAS [52] apontam com otimismo o desenvolvimento de componentes de SMA por parte dos fabricantes para o uso no projeto DARPA.

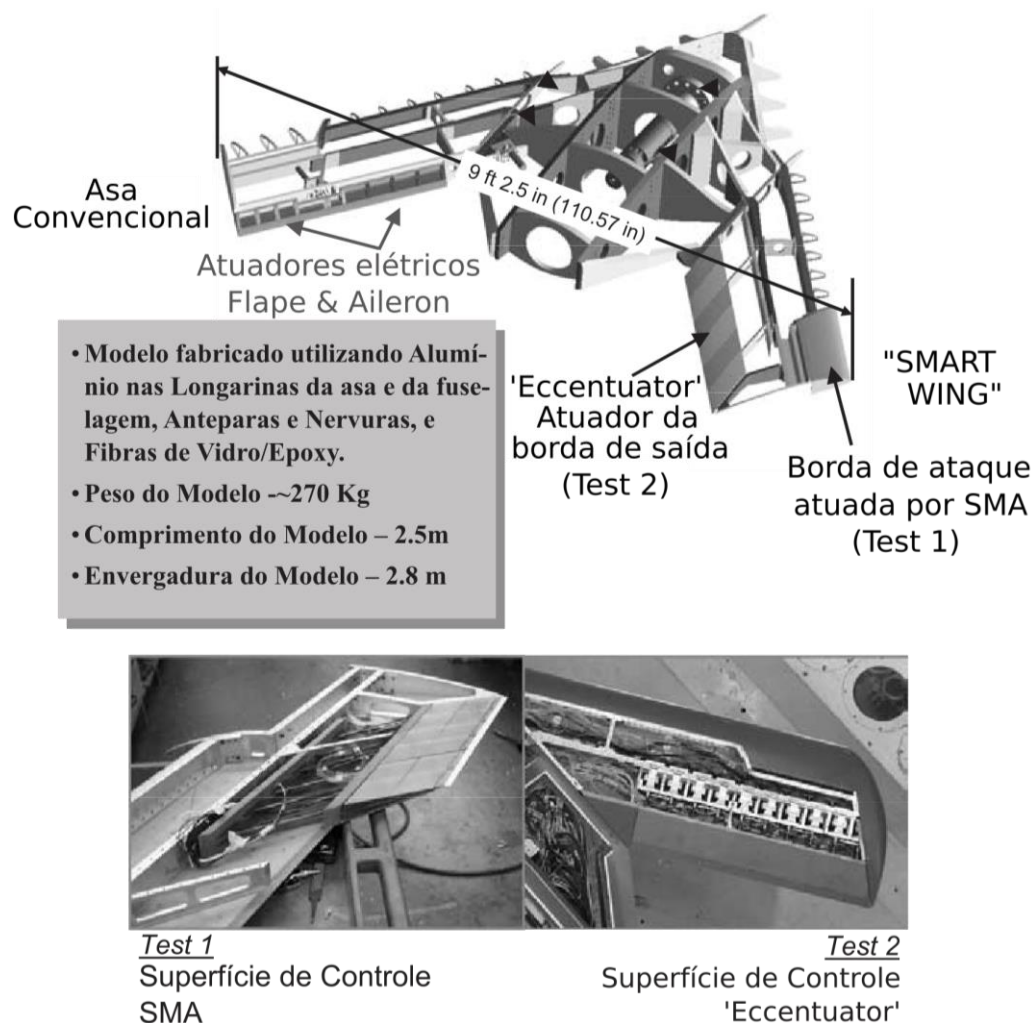


Figura 21 – Esquemas de testes de atuação do programa SMART WING/DARPA.

(Fonte: adaptado de KUDVA [25])

Destaca-se ainda, o projeto desenvolvido pela equipe de pesquisadores da universidade Texas A&M utilizando atuadores SMAs para a morfagem dos *chevrons* dos bocais dos motores a jato dos aviões da Boeing. Os *chevrons* são dispositivos de redução de ruído em forma de V instalados nas superfícies de saída dos bocais de

exaustão dos motores e geralmente são estáticos. No projeto, HARTL e LAGOUDAS [52] apontam os ganhos obtidos pela otimização da relação entre a redução do barulho durante a decolagem ou pouso e o desempenho em voo de cruzeiro, proporcionado pela variação da geometria dos *chevrons* em diferentes condições de voo, aproveitando-se da variação da temperatura dos gases de exaustão dos motores em alta e baixa velocidade para a flexão das vigas com SMAs.



*Figura 22 – Detalhes do chevrons de geometria variável em uma turbina de avião.*

*(Fonte: HARTL e LAGOUDAS [52])*

Em geral, uma aplicação de sucesso na morfagem de aeronaves deve superar o gasto energético trazido pelo peso adicionado dos sistemas de atuação. Para SOFLA *et al.* [31], qualquer projeto para a morfagem de aeronaves pequenas e a baixas velocidades deve ser capaz de realizar grandes mudanças na geometria de voo, usando materiais inteligentes com atuação distribuída e integrada para evitar mecanismos de transmissão. Há ainda a necessidade do uso de compósitos leves e avançados para a fixação na estrutura da asa e na superfície do avião.

## 4 Modelagem matemática

Este trabalho considera a morfagem de *winglets* usando um modelo simplificado que representa a geometria da ponta da asa. A ideia é promover a atuação do *winglet* utilizando SMAs. As atuações pretendidas devem provocar a rotação ao redor de uma junta, dentro do limite de  $70^\circ$ , representando, desta forma, duas geometrias de pontas de asa: inclinada e reta, conforme mostra a Figura 23.

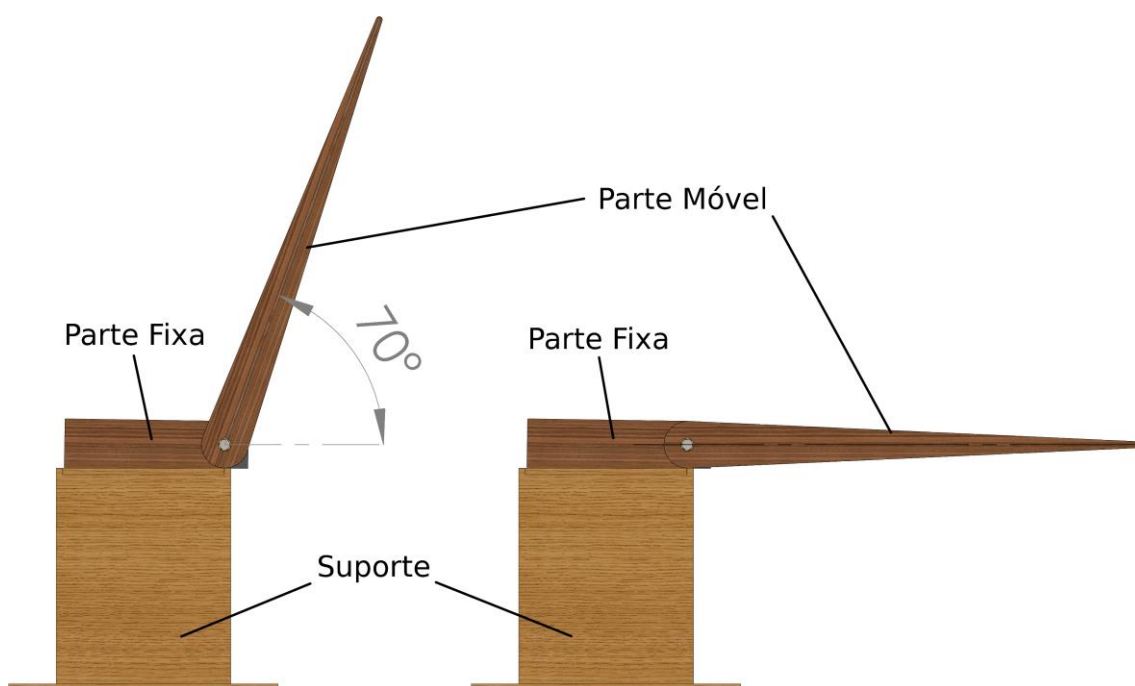
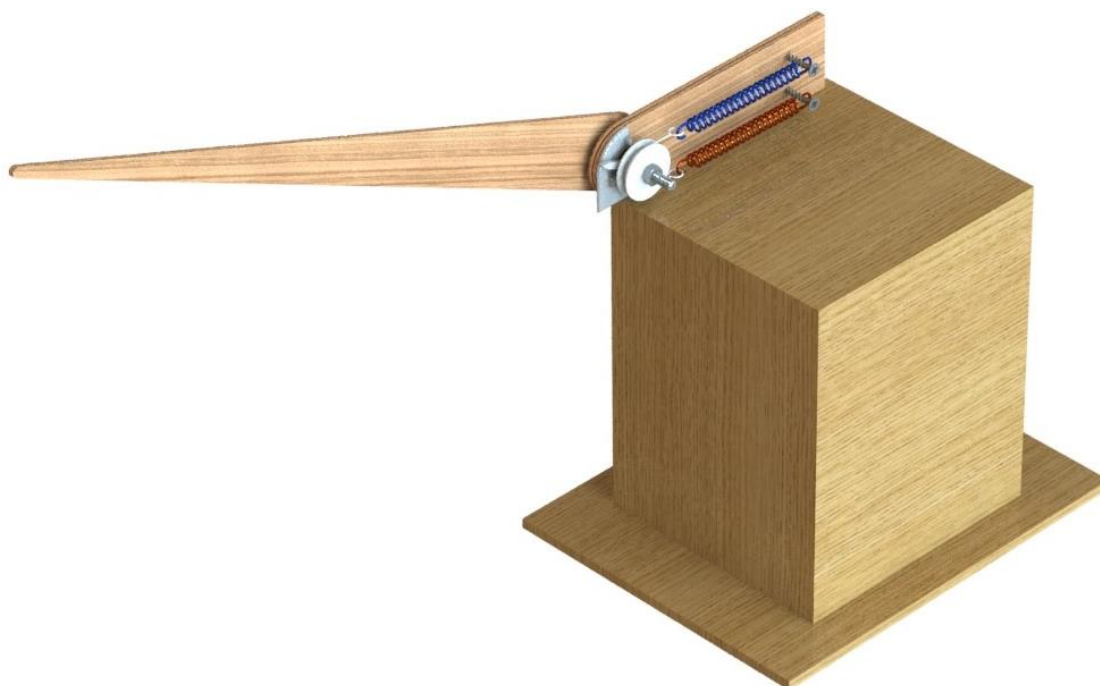


Figura 23 – Modelo conceitual. Configurações geométricas ao início (inclinada, à esquerda) e ao fim (reta, à direita) da atuação proposta.

A morfagem é provida por atuadores com memória de forma em sistema *bias* (a força de restauração é passiva, elástica) envolvendo uma mola com memória de forma e uma mola elástica linear. Duas configurações de atuadores são propostas: sistema mola-polia e sistema torcional.

Os modelos do *winglet* com seus sistemas de atuação estão mostrados na Figura 24 para o sistema mola-polia e na Figura 25 para o sistema com mola torcional. Nos dois casos, um ponteiro fixado na parte atuada do *winglet* indica sua posição angular e impõe uma limitação mecânica à variação do ângulo, funcionando como restrição mecânica ao encontrar os batentes nos limites mínimo e máximo,  $0^\circ$  e  $70^\circ$ .



*Figura 24 – Modelo conceitual com atuador mola-polia. Mola SMA colorizada em vermelho e mola elástica em azul.*

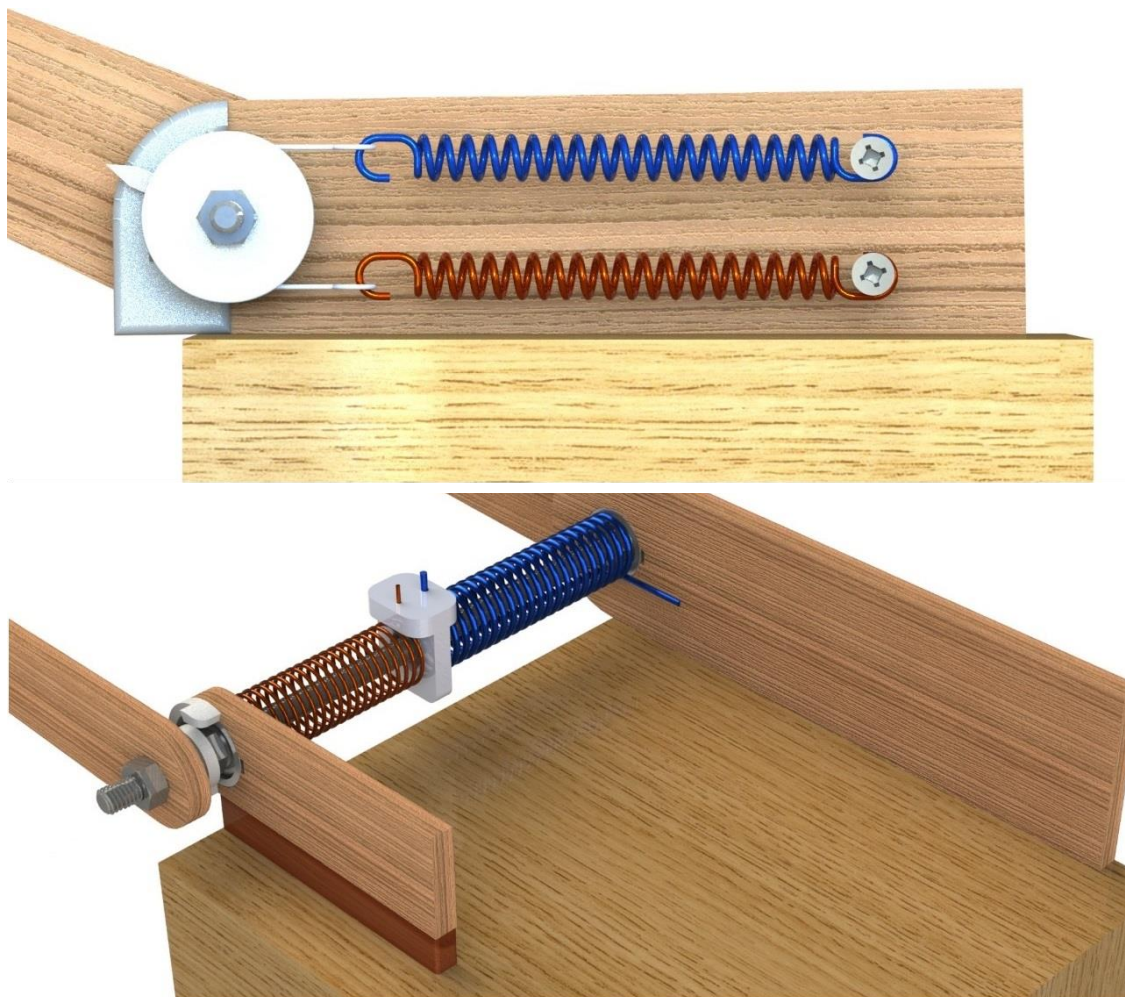


*Figura 25 – Modelo conceitual com o atuador torcional. Mola SMA colorizada em vermelho e mola elástica em azul.*

A Figura 26 mostra os detalhes dos dois atuadores. No sistema torcional, a mola com SMA está à esquerda, representada em tons vermelhos. À direita aparece a mola elástica linear em oposição, representada em tons azuis. No sistema mola-polia,



a mola com SMA é a inferior, representada em tons avermelhados, enquanto a mola elástica linear é posicionada em oposição, indicada em tons azuis. Ainda deve ser observado na Figura 26, nas duas vistas, a restrição mecânica imposta por um batente, em cinza.



*Figura 26 – Detalhe dos atuadores dos dois modelos conceituais: sistema mola-polia, acima, e sistema torcional, abaixo.*

Este trabalho busca representar o comportamento termomecânico dos atuadores, molas helicoidais, conforme discutido em ENEMARK *et al.* [38], que propõem um modelo que considera não linearidades constitutiva e geométrica, admitindo que as transformações de fase ocorrem de forma homogênea na seção transversal. O modelo constitutivo de LAGOUDAS *et al.* [1] é utilizado para descrever o comportamento termomecânico das SMAs e é discutido a seguir. Na sequência, apresenta-se a modelagem de cada um dos sistemas de atuação. O sistema mola-polia considera molas helicoidais de tração enquanto o sistema torcional utiliza molas helicoidais de torção.

## 4.1 Modelo constitutivo

A modelagem constitutiva das SMAs é um tema complexo, sendo objeto de estudo de diversas pesquisas, conforme apresentado por PAIVA e SAVI [2]. Uma das possibilidades para modelar os aspectos fenomenológicos das SMAs é o modelo proposto por LAGOUDAS *et al.* [1], que é tratado na sequência.

Considere inicialmente a energia livre de Gibbs,  $G$ , que depende de cinco variáveis: o tensor de tensões,  $\sigma$ , e a temperatura absoluta,  $T$ , além do tensor de deformação de transformação,  $\epsilon^t$ , a fração volumétrica de martensita,  $\xi$ , e  $g^t$  é a função de transformação:

$$G(\sigma, T, \epsilon^t, \xi, g^t) = (1 - \xi)G^A(\sigma, T) + \xi G^M(\sigma, T) + G^{\text{mix}}(\sigma, \epsilon^t, g^t) \quad (1)$$

onde as seguintes funções são empregadas:

$$G^y(\sigma, T) = -\frac{1}{2\rho} \sigma : \mathbf{S}^y \sigma - \frac{1}{\rho} \sigma : \alpha (T - T_o) + c^y \left[ (T - T_o) - T \ln \left( \frac{T}{T_o} \right) \right] - s_o^y T + u_o^y \quad (2)$$

$$G^{\text{mix}}(\sigma, \epsilon^t, g^t) = -\frac{1}{\rho} \sigma : \epsilon^t + \frac{1}{\rho} g^t \quad (3)$$

o índice sobrescrito,  $y = A, M$ , representa as contribuições das energias termoelásticas das fases austenítica ( $A$ ) e martensítica ( $M$ ). Os parâmetros do modelo,  $\mathbf{S}$ ,  $c$ ,  $s_o$  e  $u_o$  correspondem, respectivamente, ao tensor *compliance*, ao calor específico, à entropia específica no estado de referência e à energia específica interna no estado de referência, variando para cada fase. Os parâmetros  $\rho$  e  $\alpha$  são a densidade e o tensor de expansão térmica, considerados idênticos para as duas fases.

A partir de considerações termodinâmicas escrevem-se as relações

$$\epsilon = \mathbf{S}\sigma + \epsilon^t \quad (4)$$

$$\epsilon^t = \Lambda \xi \quad (5)$$

com os parâmetros definidos como se segue

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^A + (\mathbf{S}^M - \mathbf{S}^A)\xi = \mathbf{S}^A + \Delta \mathbf{S} \xi \quad (6)$$

$$\mathbf{S}^y = \frac{1}{E^y} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2(1 + \nu) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Lambda = \begin{cases} \Lambda_f = \frac{H}{\sqrt{\sigma^2 + 3S^2}} \begin{Bmatrix} \sigma \\ 3\tau \end{Bmatrix}, & \dot{\xi} > 0 \\ \Lambda_r = \frac{1}{\xi} \boldsymbol{\varepsilon}^t, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

onde  $\Lambda$  é o tensor que define a transformação de fase na direção direta,  $\Lambda_f$ , e inversa,  $\Lambda_r$ .

Os tensores de tensão e deformação podem ser representados a partir de uma representação vetorial considerando as componentes normal da tensão,  $\sigma$ , e deformação,  $\varepsilon$ , e cisalhante da tensão,  $S$ , e deformação,  $\gamma$ :

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma \quad S\}^T \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon \quad \gamma\}^T \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^t = \{\varepsilon^t \quad \gamma^t\}^T \quad (11)$$

As transformações de fase são descritas a partir de duas funções que descrevem as transformações direta e inversa:

$$\Phi_f = (1 - D)\Lambda_f^T \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \Delta \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} + \rho \Delta s_o T - \rho \Delta u_o - f_f(\zeta_f(\xi, \xi_o)) - Y \quad (12)$$

$$\Phi_r = (1 - D)\Lambda_r^T \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \Delta \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} + \rho \Delta s_o T - \rho \Delta u_o - f_r(\zeta_r(\xi, \xi_o)) - Y \quad (13)$$

As seguintes definições são feitas relacionando as propriedades do modelo com as usualmente identificadas experimentalmente para as SMA,

$$\begin{aligned} \rho \Delta s_o &= -\frac{2C^M C^A H}{C^M + C^A} \\ D &= -\frac{C^M - C^A}{C^M + C^A} \\ a_1 &= -\rho \Delta s_o (M_s - M_f) \\ a_2 &= -\rho \Delta s_o (A_f - A_s) \\ a_3 &= -\frac{1}{20} a_1 (3n_1^f - 3n_2^f + 5) + \frac{1}{20} a_2 (3n_1^r - 3n_2^r + 5) \\ Y &= \frac{1}{2} \rho \Delta s_o (M_s - A_f) - a_3 \\ \rho \Delta u_o &= \frac{1}{2} \rho \Delta s_o (M_s + A_f) \end{aligned} \quad (14)$$

com  $M_s$  e  $M_f$  as temperaturas de início e fim da transformação direta (em martensita);  $A_s$  e  $A_f$  as temperaturas de início e fim da transformação inversa (em austenita);  $C^A$  e  $C^M$  são as inclinações das superfícies de transformação em austenita e martensita no



diagrama de transformação de fases; e os parâmetros  $a_1, a_2, a_3, n_1^f, n_2^f, n_1^r$  e  $n_2^r$  estão relacionados às funções de encruamento.

As condições de Kuhn-Tucker controlam as transformações de fase,

$$\dot{\xi} \geq 0, \quad \Phi_f \leq 0, \quad \dot{\xi} \Phi_f = 0 \quad (15)$$

$$\dot{\xi} \geq 0, \quad \Phi_r \leq 0, \quad \dot{\xi} \Phi_r = 0 \quad (16)$$

devendo ser satisfeitas para todos os instantes.

#### 4.1.1 Parâmetros

A seguir apresenta-se uma breve descrição dos parâmetros do modelo constitutivo de LAGOUDAS *et al.* [1]:

- a)  $E^A$ : módulo de elasticidade da austenita, Pa;
- b)  $E^M$ : módulo de elasticidade da martensita, Pa;
- c)  $\nu^y$ ,  $y = A, M$ : constante de Poisson. Neste modelo, a mesma constante de Poisson é avaliada para as duas fases, martensita e austenita. Adimensional;
- d)  $H$ : deformação máxima de transformação, adimensional;
- e)  $C^A$ : inclinação da superfície de transformação em austenita no plano de tensão-temperatura, Pa/K;
- f)  $C^M$ : inclinação da superfície de transformação em martensita no plano de tensão-temperatura, Pa/K;
- g)  $A_f, A_s, M_f$  e  $M_s$ : temperaturas finais e iniciais da formação da austenita e martensita sem carregamento mecânico, K;
- h)  $n_1, n_2, n_3, n_4$ : parâmetros de controle da curvatura de encruamento, adimensionais;
- i)  $h$ : coeficiente de convecção específico por área, W/(m<sup>2</sup>K).

## 4.2 Mola helicoidal de tração com memória de forma

O dimensionamento de uma mola helicoidal de tração foi discutido em BUDYNAS *et al.* [33] para o uso com material elástico linear, tipicamente o aço. As tensões e deformações máximas para uma hipótese de pequenos deslocamentos foram apresentadas e um algoritmo do procedimento de definição da mola foi definido.

A hipótese de pequenas deformações para materiais elásticos, segundo WAHL [53], é satisfatória para ângulo de hélice das espiras ( $\alpha_o$  e  $\alpha$  na Figura 27)

menor que  $10^\circ$  e em deflexão por espira menor que metade do raio da mola ( $r_o$  e  $r$  na Figura 27). Isso ocorre porque o ângulo de inclinação das espiras é considerado nulo e porque não se considera a variação do raio da mola. Estes efeitos são mais pronunciados em espiras de maiores índices.

ENEMARK *et al.* [38] apresentam uma discussão sobre molas helicoidais com SMA. As não linearidades geométricas são consideradas de acordo com WAHL [53] para a rotação restrita nas extremidades. A Figura 27 mostra os parâmetros geométricos da mola e um diagrama de corpo livre para a configuração deformada.

A partir da força externa  $F$ , têm-se os momentos torcional,  $M_T$  e fletor,  $M_B$ . A torção é dada pela deformação cisalhante na seção transversal e a flexão é resultado de deformações normais à seção. A Tabela 2 reúne os parâmetros mostrados na Figura 27.

*Tabela 2 – Parâmetros geométricos da mola (Fonte: ENEMARK et al. [38])*

Parâmetros	Propriedades
$r_o, r$	Raio da molas inicial e deformado;
$\alpha_o, \alpha$	Ângulo de hélice inicial e deformado;
$\gamma, \varepsilon$	Deformação cisalhante e normal;
$c$	Raio do fio;
$C$	Índice de mola;
$u$	Elongação da mola;
$h_o$	Comprimento indeformado da mola;
$L$	Comprimento do fio enrolado em hélice;
$N$	Número de espiras da mola.

Os parâmetros geométricos da mola são definidos na sequência, com os termos mostrados na Tabela 2.

$$\alpha_o = \arctan\left(h_o/2\pi Nr_o\right) \text{ e } \alpha = \arcsen(u/L + \sin(\alpha_o)) \quad (17)$$

$$\frac{r}{r_o} = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_o)} \quad (18)$$

$$L = \sqrt{h_o^2 + (2\pi Nr_o)^2} \quad (19)$$

$$\gamma(a) = \frac{a}{r_o} \cos(\alpha_o) (\sin(\alpha) - \sin(\alpha_o)) \quad (20)$$

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{r_o} \cos(\alpha_o) (\cos(\alpha_o) - \cos(\alpha)) \quad (21)$$

onde  $a \in [0, c]$  é uma coordenada radial e  $y \in [-c, c]$  é uma coordenada Cartesiana perpendicular à linha de centro da mola.

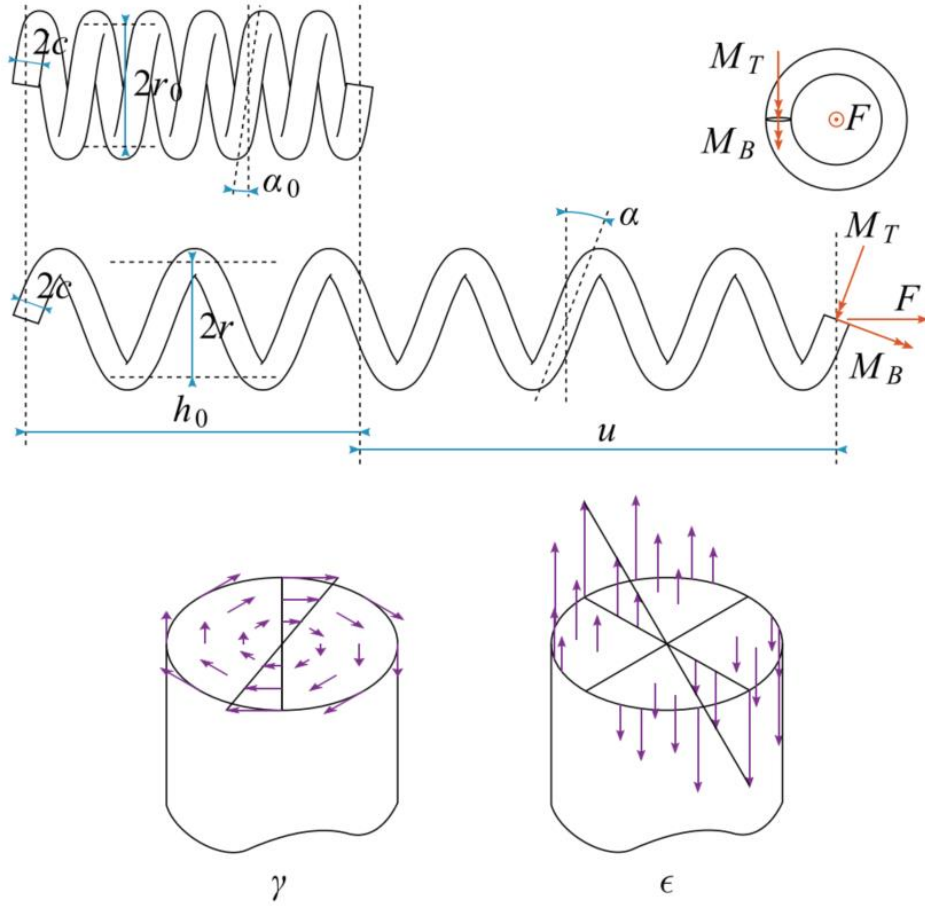


Figura 27 – Mola de tração com memória de forma. (Fonte: ENEMARK et al. [38])

Os momentos torcional e fletor da mola são calculados da seguinte forma,

$$M_T = \int_0^c \int_{-\pi}^{\pi} S(\boldsymbol{\epsilon}(\theta, a)) a^2 d\theta da = \frac{2}{3} \pi c^3 G \left( \frac{3}{4} \gamma(c) - \text{sign}(\gamma) \gamma^t \right) = \frac{2}{3} \pi c^3 S^* \quad (22)$$

$$M_B = \int_0^c \int_{-\pi}^{\pi} \sigma(\boldsymbol{\epsilon}(\theta, a)) a^2 \sin(\theta) d\theta da = \frac{4}{3} c^3 E \left( \frac{3\pi}{16} \epsilon(c) - \text{sign}(\epsilon) \epsilon^t \right) = \frac{4}{3} c^3 \sigma^* \quad (23)$$

onde  $S^* = G(\gamma^* - \gamma^t)$  e  $\sigma^* = E(\epsilon^* - \epsilon^t)$  representam as tensões cisalhante e normal nas deformações representativas  $\epsilon^*$  e  $\gamma^*$ , definidos em função do raio do fio,  $c$ , na Eq. (22). As grandezas com o sobrescrito estrela correspondem ao cálculo a partir da determinação do ponto representativo na seção transversal para a fração volumétrica de martensita homogênea na seção.

A Figura 28 ilustra a posição do ponto estrela indicado pela comparação nas componentes normais e cisalhante mostrada na Eq. (24), bem como uma distribuição de tensão de flexão típica na seção transversal, para uma liga com memória de forma.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \{\varepsilon^* \quad \gamma^*\}^T = \left\{ \varepsilon \left( \frac{3\pi}{16} c \right) \quad \gamma \left( \frac{3}{4} c \right) \right\}^T \quad (24)$$

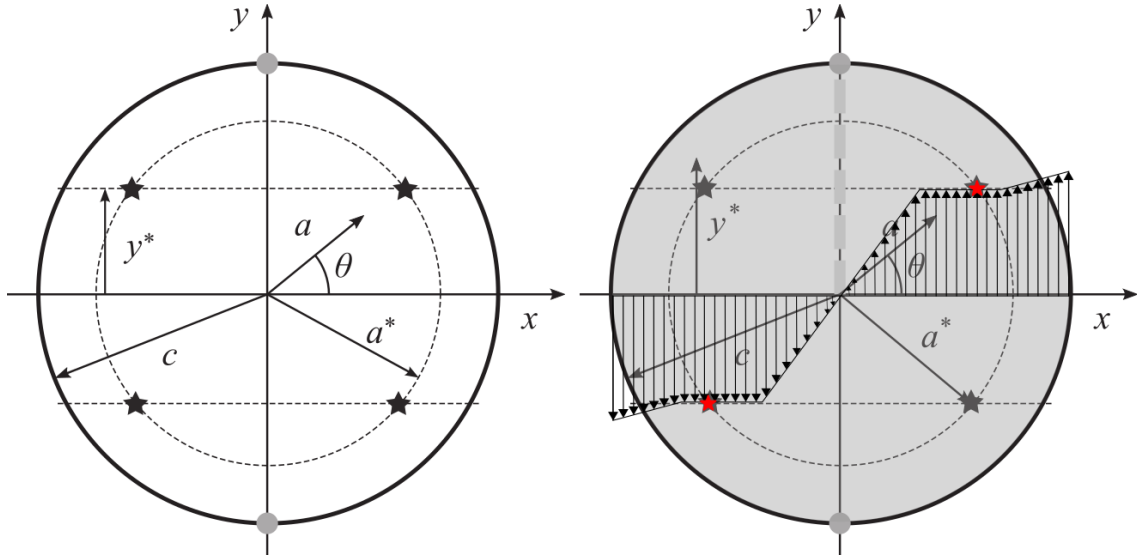


Figura 28 – Esquema dos pontos representativos estrela e da distribuição de tensão fletora na seção transversal. (Fonte: esq. ENEMARK et al. [38])

Desta forma, tem-se a equação proposta por ENEMARK et al. [38], que relaciona a força da mola,  $F$ , com os esforços cisalhante e normal, com as seguintes formas equivalentes:

$$F(\sigma^*, S^*) = \frac{\cos(\alpha_o)}{r_o} (M_T + M_B \tan(\alpha)) = \frac{2c^2}{3C} \cos(\alpha_o) (\pi S^* + 2\sigma^* \tan(\alpha)) \quad (25)$$

ou

$$F(u, \gamma^t, \varepsilon^t) = \left( \frac{\pi c^2}{2LC^2} \cos^2(\alpha_o) G \right) u - \left( \frac{2\pi c^2}{3C} \cos(\alpha_o) G \right) \gamma^t - \left( \frac{\pi c^2}{4C^2} \cos^2(\alpha_o) E \right) u + \left( \frac{\pi c^2}{4C^2} \cos^3(\alpha_o) E \right) (\tan(\alpha) - \tan(\alpha_o)) - \left( \frac{4c^2}{3C} \cos(\alpha_o) \tan(\alpha) E \right) \varepsilon^t \quad (26)$$

## 4.3 Mola helicoidal de torção com memória de forma

As molas helicoidais de torção são elementos mecânicos que armazenam a energia mecânica de forma a produzir um deslocamento angular entre as suas extremidades e, por conseguinte, torque. Sua fabricação com materiais elásticos lineares é ampla na indústria, onde são utilizadas em aplicações que busquem transmitir uma dada rotação e um dado momento.

SHIGLEY [54] estabelece as equações de torque e rotação para materiais elásticos, em função das propriedades geométricas, sob as hipóteses de pequenos deslocamentos. Na simplificação, a flexão é o único esforço presente no fio, considerando-se apenas o deslocamento angular das suas extremidades devido a um momento externo que tende a enrolar o fio em torno de seu eixo. Considera-se que o comportamento da mola é uniforme ao longo de todas as suas espiras.

Buscando uma modelagem que considere os efeitos das não linearidades geométrica e constitutiva, um modelo baseado na teoria de barra curva de TIMOSHENKO [55] é proposto. A Figura 29 ilustra a mola de torção em duas vistas, lateral e superior, e a indicação de uma seção em corte de uma porção representativa da mola.

Considerando um carregamento da mola que provoque uma diminuição do raio das espiras, isto é, que tenda a enrolar a mola em torno do seu eixo imaginário, reúnem-se as hipóteses para o presente modelo:

- a) apenas o torque externo,  $M$ , é aplicado;
- b) as seções transversais do fio são circulares;
- c) seções transversais planas permanecem planas após a deformação;
- d) o módulo de elasticidade,  $E$ , e a deformação de transformação,  $\varepsilon^t$ , são constantes na seção transversal.

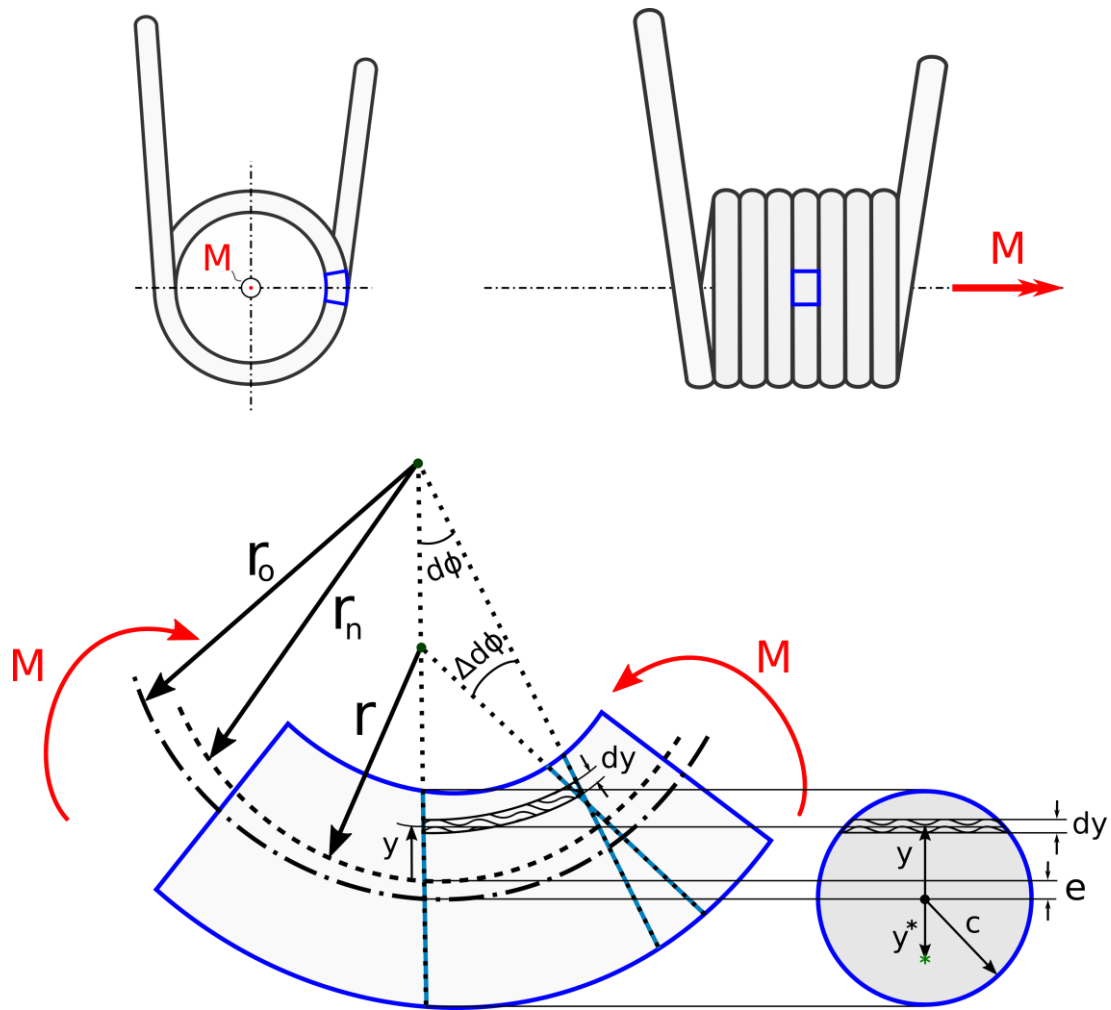


Figura 29 – Mola torcional e um elemento infinitesimal. Teoria de barra curva.

Para um elemento infinitesimal da mola de torção, nota-se a presença exclusiva do momento fletor. Assim, somente a deformação normal é de interesse. Para essa hipótese, WAHL [53] propõe que a superfície neutra esteja disposta de tal forma que satisfaça a duas condições de equilíbrio:

- a) a soma das forças normais,  $F_n$ , agindo na seção transversal deve ser zero, dado que não há força externa (apenas momento externo é aplicado);

$$F_n = \int_A \sigma dA = 0 \quad (27)$$

- b) a soma dos momentos de forças elementares com respeito ao eixo neutro deve ser igual ao momento fletor externo,  $M$ .

$$M = - \int_A \sigma y dA \quad (28)$$

A linha neutra e a linha do centroide, bem como o elemento infinitesimal de integração,  $dy$ , são indicadas na Figura 29. A distância entre essas linhas é chamada de excentricidade,  $e_x$ , e o seu cálculo depende da forma da seção transversal e das condições de equilíbrio. Para o presente caso, tem-se

$$e_x = \frac{C(2C^2 + 1)}{2C^2(4C^2 + 1) + 1} c \quad (29)$$

onde  $c$  é o raio do fio e  $C = r_o/c$  é índice da mola (ver Figura 29).

Desta maneira, a equação cinemática que descreve a deformação normal de uma fibra ao longo do fio, pela distância,  $y$ , a partir do raio da linha neutra,  $r$ , – fibra que não sofre extensão ou compressão – é dada por WAHL [53],

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{(r - y)} \frac{\Delta d\phi}{d\phi} = \frac{y}{(r - y)} \left( \frac{r - \bar{c}}{\bar{c}} \right) \varepsilon(\bar{c}) \quad (30)$$

onde  $\bar{c}$  é um ponto qualquer na seção transversal.

Utilizando a equação constitutiva de LAGOUDAS *et al.* [1], para ligas com memória de forma, discutida anteriormente, tem-se a Eq. (4), reescrita de forma simplificada:

$$\sigma(y) = E(\varepsilon(y) - \text{sign}(\varepsilon(y))\varepsilon^t) \quad (31)$$

Considerando o caso de uma seção circular em que os parâmetros  $E$  e  $\varepsilon^t$  são constantes na seção transversal e utilizando-se as equações de equilíbrio (Eqs. 27-28), cinemática (Eq. 30), juntamente com a equação constitutiva (Eq. 31), obtém-se uma expressão para o torque aplicado,  $M$ :

$$M = \int E(\varepsilon - \text{sign}(\varepsilon)\varepsilon^t) y dA \quad (32)$$

Após a integração da Eq. (32), observando-se os respectivos domínios para o termo  $\text{sign}(\varepsilon)$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
M = & -\left(\frac{r-c^*}{c^*}\right) E\varepsilon(c^*)(\pi e_x c^2) \\
& + E\varepsilon^t \left( 2Cc^3 \arcsen\left(\frac{e_x}{c}\right) + 2Cce_x\sqrt{c^2 - e_x^2} - \frac{4}{3}(c^2 - e_x^2)^{3/2} \right. \\
& \left. - 2e_x^2\sqrt{c^2 - e_x^2} - 2e_x c^2 \arcsen\left(\frac{e_x}{c}\right) \right)
\end{aligned} \quad (33)$$

Pode-se desprezar os termos de ordem superior,  $e_x^2 \rightarrow 0$ , e, reunindo os termos constantes que multiplicam  $E\varepsilon^t$ , tem-se,

$$b^* = -2Cc^3 \arcsin\left(\frac{e_x}{c}\right) - 2Cce_x c^2 + \frac{4}{3}c^3 + 2e_x c^2 \arcsin\left(\frac{e_x}{c}\right) \quad (34)$$

onde  $b^* > 0$  para todos valores de índice de mola,  $C$ , e raio do fio,  $c$ .

Desta forma, reescreve-se a Eq. (33) da seguinte forma:

$$M = b^* \left( -\left(\frac{r-c^*}{c^*}\right) \left(\frac{\pi e_x c^2}{a^*}\right) E\varepsilon(c^*) - \text{sign}(\varepsilon) E\varepsilon^t \right) \quad (35)$$

O lado direito da Eq. (35) representa a tensão em um ponto a uma distância  $|y^*|$  da linha neutra, pertencente à mola. Comparando-se com as Eqs. (30-31), identifica-se o ponto  $y^*$  de maneira que

$$\varepsilon(y^*) = \frac{y^*}{(r-y^*)} \left(\frac{r-c^*}{c^*}\right) \varepsilon(c^*) = -\left(\frac{r-c^*}{c^*}\right) \left(\frac{\pi e_x c^2}{b^*}\right) E\varepsilon(c^*) \quad (36)$$

$$\xrightarrow{\text{resultando em}} y^* = -\frac{\pi e_x C c^3}{b^* + \pi e_x c^2} \quad (37)$$

onde o sinal negativo indica que a posição de  $y^*$  está no lado indicado na Figura 29.

Nota-se que a posição de  $y^*$  concorda com os sinais mostrados na Eq. (35), de maneira que o termo  $\text{sign}(\varepsilon)$  é positivo e, portanto, a tensão é de tração, como esperado pelo sentido carregamento externo,  $M$ , na localização abaixo da linha neutra.

O momento é dado na Eq. (38) a seguir, que relaciona a intensidade do torque aplicado à mola com a resposta da mola, representada pela tensão de tração no fio.

$$M(\sigma^*) = b^*(E(\varepsilon(y^*) - \varepsilon^t)) = b^*\sigma(y^*) \quad (38)$$



onde  $b^*$  é um parâmetro positivo que depende exclusivamente das propriedades geométricas da mola e multiplica a tensão de tração,  $\sigma^* = \sigma(y^*)$ , relativa ao ponto  $y^*$  representativo de toda fração volumétrica de martensita na seção transversal.

Ainda, o momento pode ser apresentado de forma equivalente, na Eq. 39, que relaciona o torque aplicado com a rotação da mola torcional:

$$M(\theta, \varepsilon^t) = \left( b^* E \frac{y^*}{(r - y^*) 2\pi N} \right) \theta - (b^* E) \varepsilon^t \quad (39)$$

onde  $N$  é o número de espiras e  $\theta$  é o deslocamento angular da mola.

## 5 Modelagem do sistema da asa

Neste capítulo elabora-se uma representação física do problema da morfagem de *winglets*. Na sequência apresentam-se as equações de equilíbrio, os cálculos dos torques e os procedimentos numéricos implementados para resolução.

### 5.1 Equações de equilíbrio

O movimento do *winglet* depende dos esforços a que o atuador está submetido. Nesse sentido, estabelece-se a equação de equilíbrio estático de momentos, onde desprezam-se os efeitos de inércia. Esse procedimento foi o mesmo utilizado por LEAL [7] e considera os torques gerados pelas seguintes forças: peso,  $\tau_w(\epsilon_s)$ ; atuador linear,  $\tau_l(\epsilon_s)$ ; atuador com SMA,  $\tau_s(\epsilon_s)$ ; e cargas aerodinâmicas,  $\tau_a(\epsilon_s)$ . Desta forma, estabelece-se a seguinte equação de equilíbrio de momentos:

$$\tau_w(\epsilon_s) + \tau_l(\epsilon_s) + \tau_a(\epsilon_s) + \tau_s = 0 \quad (40)$$

onde  $\epsilon_s$  corresponde ao deslocamento da extremidade livre do atuador com memória de forma. A equação é dependente da temperatura e tensão, dadas as características do atuador SMA. O método de cálculo para cada torque é apresentado na sequência.

#### 5.1.1 Torque do peso

O torque associado à força peso considera a relação entre o peso da parte atuada, constante, e o braço de alavanca do seu centro de gravidade em relação à junta, que varia em um sistema de coordenadas inercial,

$$\tau_w(\epsilon_s) = \frac{1}{3} h_w \cos(\theta(\epsilon_s)) m_w g \quad (41)$$

onde  $\frac{1}{3} h_w \cos(\theta(\epsilon_s))$  é a posição do baricentro,  $m_w$  a massa da parte posterior do *winglet*,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\theta(\epsilon_s)$  é o ângulo da extremidade do *winglet* em relação à horizontal.

### 5.1.2 Torque dos atuadores lineares

Os torques dos atuadores passivos dependem dos deslocamentos das molas. O deslocamento da mola SMA,  $\epsilon_s$ , é oposto ao deslocamento da mola elástica,  $-\epsilon_s$ , dada a característica da montagem. Os torques seguem dos dimensionamentos propostos por SHIGLEY [54]. Para o atuador massa-polia tem-se:

$$\tau_l(\epsilon_s) = -\frac{d^4 G_l}{8D^3 N_l} \epsilon_s r_p, \quad (42)$$

onde  $\epsilon_s$  representa o deslocamento da extremidade (em unidade de comprimento);  $r_p$  é o raio da polia;  $d$  e  $D$  são os diâmetros do fio e da mola;  $N_l$  o número de espiras ativas, e;  $G_l$  o módulo de cisalhamento do material.

No caso do atuador torcional tem-se que,

$$\tau_l(\epsilon_s) = -\frac{d^4 E_l}{67,86 D N_l} \epsilon_s \quad (43)$$

onde neste caso,  $\epsilon_s$  representa o deslocamento angular da extremidade (em radianos);  $E_l$  é o módulo de elasticidade, e; a constante  $1/67,86$  inclui a correção devido à fricção entre as espiras.

### 5.1.3 Torque dos atuadores com memória de forma

O torque na mola com memória de forma leva em conta as não-linearidades geométricas e constitutivas. Considerando o deslocamento da extremidade livre da mola,  $\epsilon_s$ , os torques podem ser expressos em função do estado de tensão. No caso do atuador mola-polia, temos, conforme visto anteriormente, para a mola de tração:

$$\tau_s(\sigma^*, S^*) = \frac{2c^2}{3C} \cos(\alpha_o) (\pi S^* + 2 \tan(\alpha) \sigma^*) r_p \quad (44)$$

onde  $C$  é o índice da mola,  $c$  é o raio do fio utilizado,  $\alpha_o$  e  $\alpha$  são os ângulos de inclinação inicial e atualizado da espira,  $\sigma^*$  e  $S^*$  são as tensões equivalentes normal e cisalhante, respectivamente, na seção transversal do fio mola.

No caso do atuador torcional, tem-se, conforme já detalhado para a mola de torção, que o torque será dado pela expressão:

$$\tau_s = a^* \sigma(y^*) \quad (45)$$

onde  $a^*$  é um fator multiplicador que depende das propriedades geométricas da mola,  $\sigma(y^*) = E(\varepsilon(y^*) - \varepsilon^t)$  é a tensão na seção transversal da mola, considerando-a homogênea equivalente em  $y = y^*$ , com  $\varepsilon(y^*)$  e  $\varepsilon^t$  as deformações normais e de transformação, conforme o modelo constitutivo.

A tensão de von Mises para os dois tipos de carregamento, tração e torsão, ao qual o fio pode estar sujeito, segue pela equação:

$$\sigma_{vonMises} = \sqrt{\sigma^2 + 3S^2} \quad (46)$$

#### 5.1.4 Torque aerodinâmico

Os esforços aerodinâmicos no *winglet* têm natureza tridimensional, não permitindo uma simplificação 2D. Sua caracterização envolve diferentes efeitos como o descolamento da camada limite e a estrutura de vórtices. Algumas teorias buscam simplificar a disposição das cargas a partir de prerrogativas que, em geral, consideram o fluido como incompressível, invíscido e em escoamento uniforme.

Algumas teorias comumente empregadas são: o modelo da ferradura de cavalo, que leva à distribuição uniforme da circulação na envergadura da asa; a teoria da linha de sustentação de Prandtl (LLT), que prevê a distribuição da sustentação baseada numa geometria tridimensional; o método dos painéis 3D, que discretiza a geometria em uma malha 3D considerando um escoamento potencial; e o método de Katz & Plotkin para cálculo das Linhas de Vórtice (VLM).

Visando apresentar um modelo simplificado para descrever as forças aerodinâmicas, neste trabalho, considera-se o método VLM para o cálculo numérico da distribuição das pressões. Utiliza-se o software XFOIL/XFLR5, desenvolvido no MIT pelo professor Mark Drela, para a análise, integração e pós processamento dos dados de interesse. A partir deste algoritmo calculam-se os coeficientes de sustentação e a distribuição do momento fletor.

A análise do escoamento permite estabelecer uma relação torque-posição do *winglet* para diferentes velocidades do ar. Considera-se, portanto, um caso típico com os parâmetros apresentados na Tabela 4. Desta forma, calcula-se a distribuição do momento fletor ao longo da asa com 6 m de comprimento, Figura 30. Observa-se que

os esforços crescem a partir da redução do ângulo do *winglet* com a horizontal e com a variação da velocidade do escoamento. Para todos os casos, são consideradas baixas velocidades, implicando um baixo número de Reynolds, com propriedades do ar invíscido a 2000 metros de altitude.

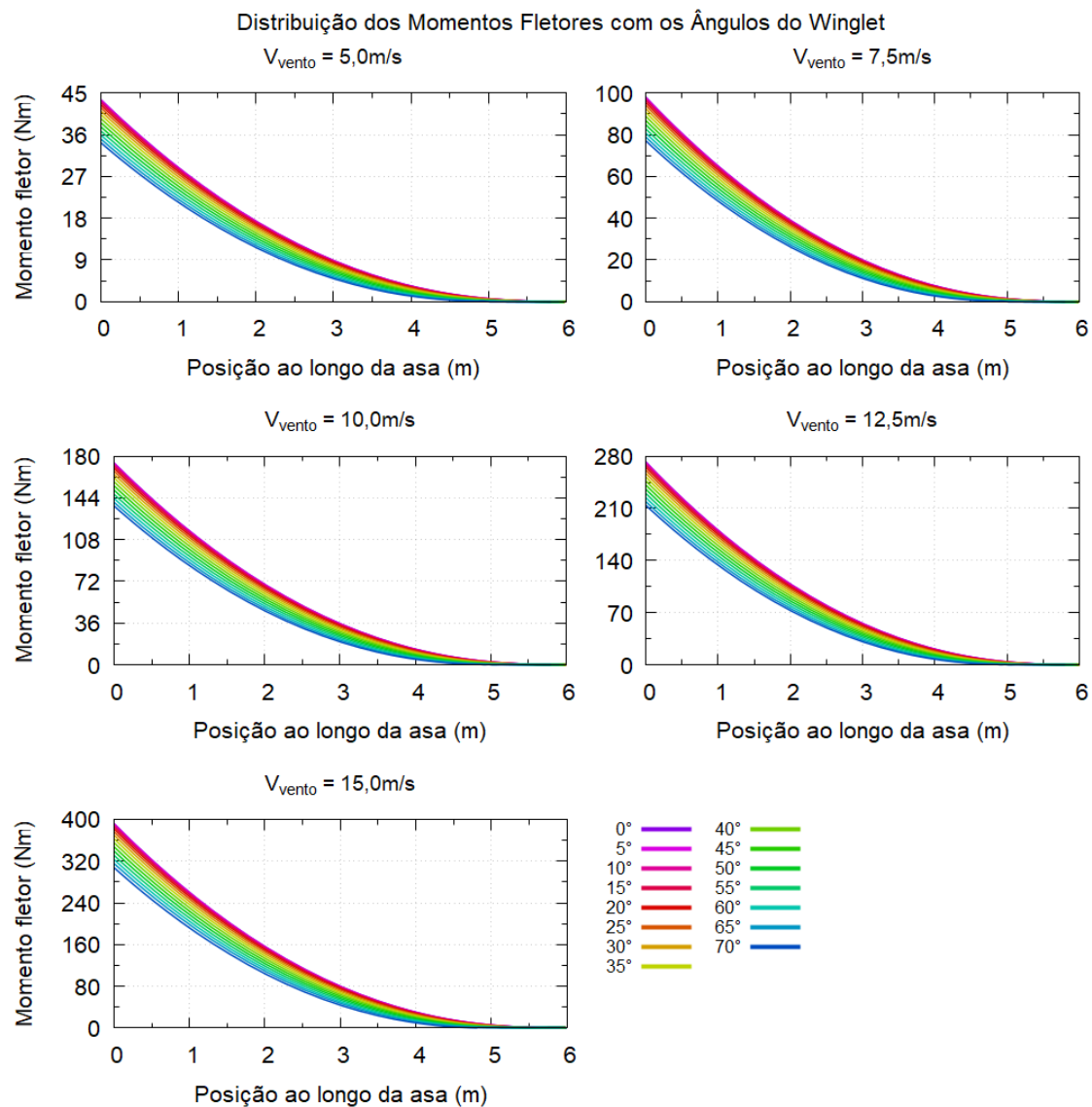


Figura 30 – Distribuição do momento fletor ao longo da asa para diferentes angulações do *winglet* e velocidades do escoamento do ar.

Os resultados dos momentos obtidos na posição estimada da junta do *winglet* (20% do comprimento da asa) são mostrados na Figura 31 com uma amostragem de pontos a cada cinco graus do *winglet* com a horizontal. Desta forma, estabelece-se a relação torque-posição do *winglet* (torque-ângulo), de onde realiza-se uma interpolação usando um polinômio de 6ª ordem. Essa análise proporciona um erro absoluto na interpolação menor que 0,03% para todos os ângulos (0 a 70°) em todas

velocidades simuladas. O objetivo é obter uma expressão aproximada para o torque aerodinâmico na simulação do equilíbrio. Mais uma vez, é possível observar que o torque aerodinâmico aumenta com a velocidade do vento e com a diminuição do ângulo em relação à horizontal, como esperado.

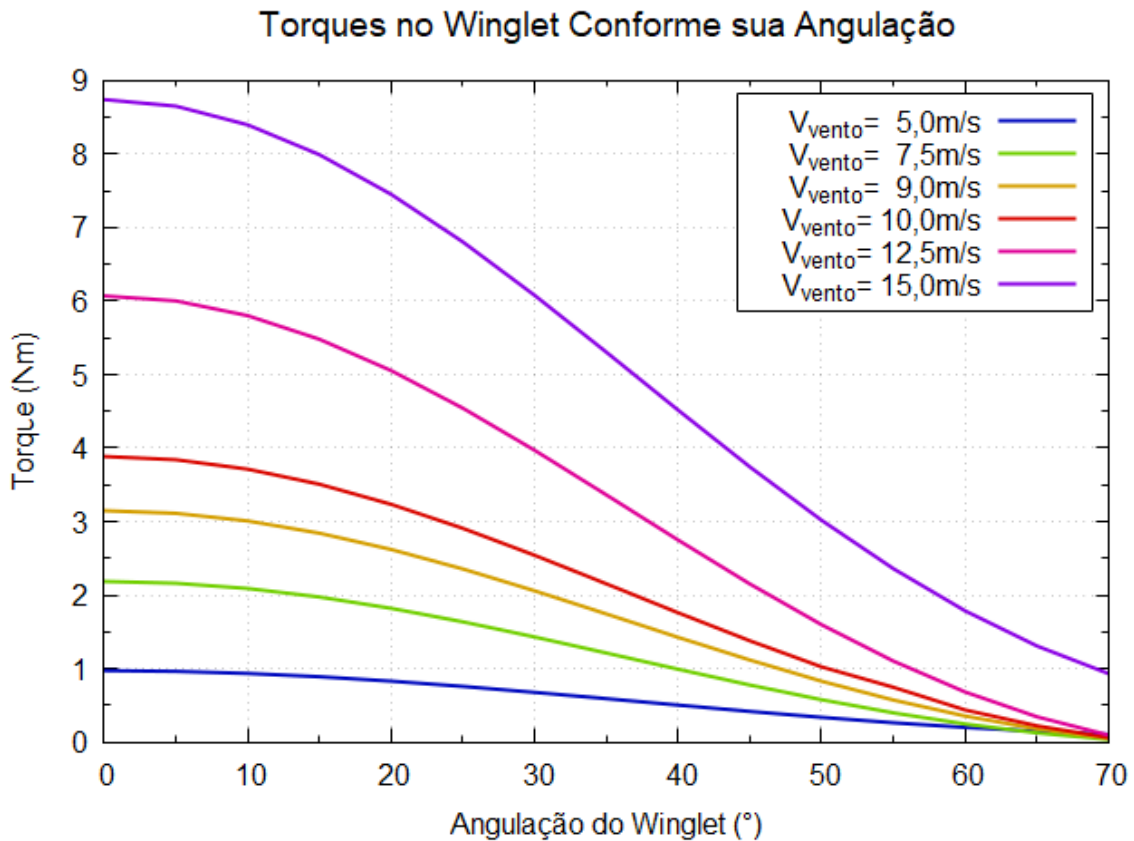


Figura 31 – Variação do torque com a posição do winglet na asa para diversas velocidades do escoamento do ar.

## 5.2 Procedimentos numéricos

O dimensionamento dos componentes do sistema asa-winglet considera as equações de equilíbrio do sistema na junção do *winglet*, a equação constitutiva da mola de SMA e suas equações de evolução. O algoritmo descrito a seguir considera as componentes de cada torque, conforme apresentado anteriormente. O objetivo é determinar as configurações de equilíbrio para cada temperatura do elemento SMA e encontrar as deflexões angulares máximas para cada simulação e sistema.

Os dois modelos de atuação são analisados com as mesmas disposições de deformação inicial e pré-carregamento, de modo que provoquem as mesmas tensões

equivalentes. O algoritmo para o modelo com mola torcional segue estrutura idêntica ao mola-polia e, portanto, é omitido.

Tabela 3 – Algoritmo dos cálculos para o modelo mola-polia

- 
1. Definição das constantes:
    - a) Geométricas: tamanho,  $h_W$ , e da parte dinâmica do *winglet*;
    - b) Massa,  $m$ , Aceleração da gravidade,  $g$ , e posição do eixo da polia e seu raio,  $r$ ;
    - c) Geometria da Mola SMA e Linear Elástica: diâmetros dos fios,  $c_s$  e  $c_l$ , diâmetros das espiras,  $D_s$  e  $D_l$ , números de espiras,  $N_s$  e  $N_l$ , tamanhos livres iniciais,  $L_s$  e  $L_l$ ;
    - d) Material da Mola SMA e Linear Elástica: coeficientes de Poisson,  $\nu$ , módulo de elasticidade do aço,  $E_l$ , da martensita,  $E_M$ , e da austenita,  $E_A$ , e demais constitutivas SMA.
  2. Cálculo das variáveis dependentes:
    - a) Constantes elásticas das mola SMA e linear elástica,  $K_s$  e  $K_l$ .
  3. Inicialização das variáveis globais:
    - a) Torque da força da mola SMA, segundo o modelo constitutivo e geométrico,  $\tau_s$ ;
    - b) Torque aerodinâmico,  $\tau_a$ ;
    - c) Torque da força peso da parte móvel,  $\tau_W$ ;
    - d) Torque da força da mola elástica linear através do equilíbrio de momentos,  $\tau_l$ ;
    - e) Configuração inicial: temperatura inicial,  $< M_f$ , e posição angular,  $\theta_{new} = \theta = 70^\circ$ ;
    - f) 100% de Fração volumétrica de martensita,  $MVF = 1$ .
  4. Laço no aumento da temperatura da mola SMA,  $T_{old}$ ,  $dT$ ,  $T_{new}$  até  $MVF = 0$ :
    - a) Nova temperatura,  $T_{new} = T_{old} + dT$ ;
  - 4.1. Enquanto não alcançar o equilíbrio,  $\tau_w(\theta_{new}) + \tau_l(\theta_{new}) + \tau_s(\theta_{new}) + \tau_a(\theta_{new}) \neq 0$ :
    - a) Testa a nova configuração de equilíbrio,  $\theta_{new} = \theta - d\theta$ ;
    - b) Torque da nova força da mola SMA,  $\tau_s(\theta_{new})$ ;
    - c) Torque da nova força aerodinâmica,  $\tau_a(\theta_{new})$ ;
    - d) Torque da nova força peso da parte móvel,  $\tau_w(\theta_{new})$ ;
    - e) Torque da nova força da mola elástica linear,  $\tau_l(\theta_{new})$ .
  - 4.2. Atualização das variáveis:
    - a) Temperatura,  $T_{old} = T_{new}$ ;
    - b) Posição angular,  $\theta = \theta_{new}$ .
  - 4.3. Salva as variáveis de interesse em arquivos de texto e avança na temperatura.
-

### 5.2.1 Análise do escoamento em torno do winglet

O escoamento em torno da asa e do *winglet* é complexo. Visando analisar esse fenômeno, um modelo tridimensional é usado em busca de uma estimativa dos torques devidos às forças aerodinâmicas em cada posição angular do *winglet*. A Figura 32 mostra a envergadura da asa em análise. Por simplicidade, o corpo da aeronave, profundor, leme e turbinas foram suprimidos da análise.

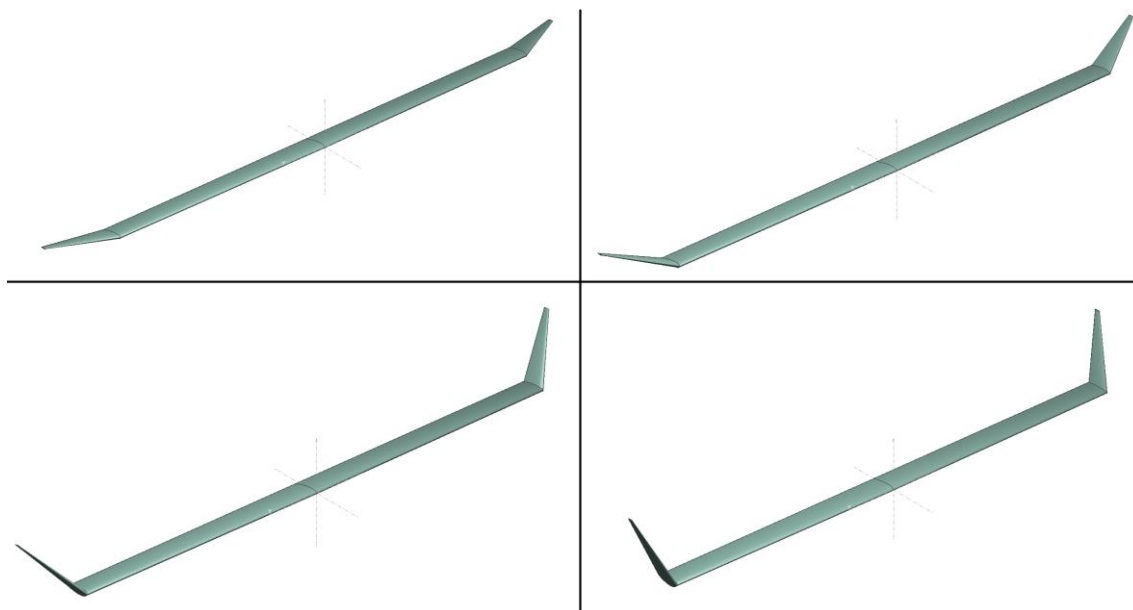


Figura 32 – Asas e as configurações do winglet conforme atuação. Modelagem no XFLR5. Acima, Esq.-Dir.: Configurações 0° e 20°, Abaixo, Esq.-Dir.: 50° e 70°.

Para este estudo, as dimensões de asa de um avião comercial foram simplificadas de tal forma como mostrado na Tabela 4. Os parâmetros escolhidos para as análises seguem os previstos no trabalho de LEAL [7], resumidos e presentes também na Tabela 4. Para avaliar o desempenho do sistema com respeito a velocidade de escoamento, que implica variação do torque devido às forças aerodinâmicas, três velocidades do ar são consideradas: 5, 10 e 15 m/s.

Com respeito à mola com memória de forma, são considerados 12 diâmetros de fio, variando de 0,03" a 0,25" (0,762mm a 6,350 mm) em intervalos de 0,02" (0,508mm) baseando-se na disponibilidade de fio de seção transversal circular consultada com fabricantes de ligas Ni-Ti. Além disso, 5 índices de mola são considerados, 4 a 12, em intervalos de 2 em 2, de forma a verificar a influência da disposição geométrica com relação à curvatura do fio.



Tabela 4 – Parâmetros da análise aerodinâmica da asa.

Parâmetros	Valor
Aerofólio	NACA0012
Ângulo de ataque	5°
Velocidades de escoamento do ar	5, 10 e 15 m/s
Altitude	2000 m
Fluido	Invíscido
Método	Painéis
Escala da análise	1:2
Comprimento da asa de ponta a ponta – em escala	8 m
Comprimento do <i>winglet</i> (proporção) – em escala	0,8 m
Inclinação natural do <i>winglet</i>	70°
Inclinação máxima do <i>winglet</i>	0°

Os parâmetros da liga com memória de forma utilizados para as análises numéricas estão na Tabela 5. A verificação experimental do modelo de molas helicoidais de tração com as propriedades propostas na Tabela 5 foi estudada em ENEMARK *et al.* [38].

Tabela 5 – Parâmetros da liga SMA. (Fonte: ENEMARK *et al.* [38])

Propriedade	Símbolo	Valor
Deformação máxima de transformação	$H$	4%
Módulo de elasticidade da Austenita	$E_A$	40 GPa
Módulo de elasticidade da Martensita	$E_M$	30 GPa
Coeficiente de Poisson	$\nu$	0,3
Inclinação da superfície de transformação em austenita	$C_A$	10 MPa/K
Inclinação da superfície de transformação em martensita	$C_M$	9 MPa/K
Temperatura inicial da formação de austenita	$A_s$	-30°C
Temperatura final da formação de austenita	$A_f$	25°C
Temperatura inicial da formação de martensita	$M_s$	-10°C
Temperatura final da formação de martensita	$M_f$	-40°C
Parâmetros de controle da curvatura de encruamento	$n_1$	0,6
	$n_2$	0,6
	$n_3$	0,6
	$n_4$	0,6

## 6 Aparatos experimentais

Dois protótipos são construídos no MECANON/COPPE como prova de conceito da capacidade de as ligas com memória de forma promoverem a morfagem do *winglet*. A posição inicial é de  $70^\circ$  em relação à horizontal e o objetivo da atuação é obter a configuração horizontal,  $0^\circ$ . Devido à ausência de cargas aerodinâmicas, é esperado que o experimento in loco alcance essas configurações na montagem. As especificações das molas utilizadas como atuadores estão apresentadas na Tabela 6.

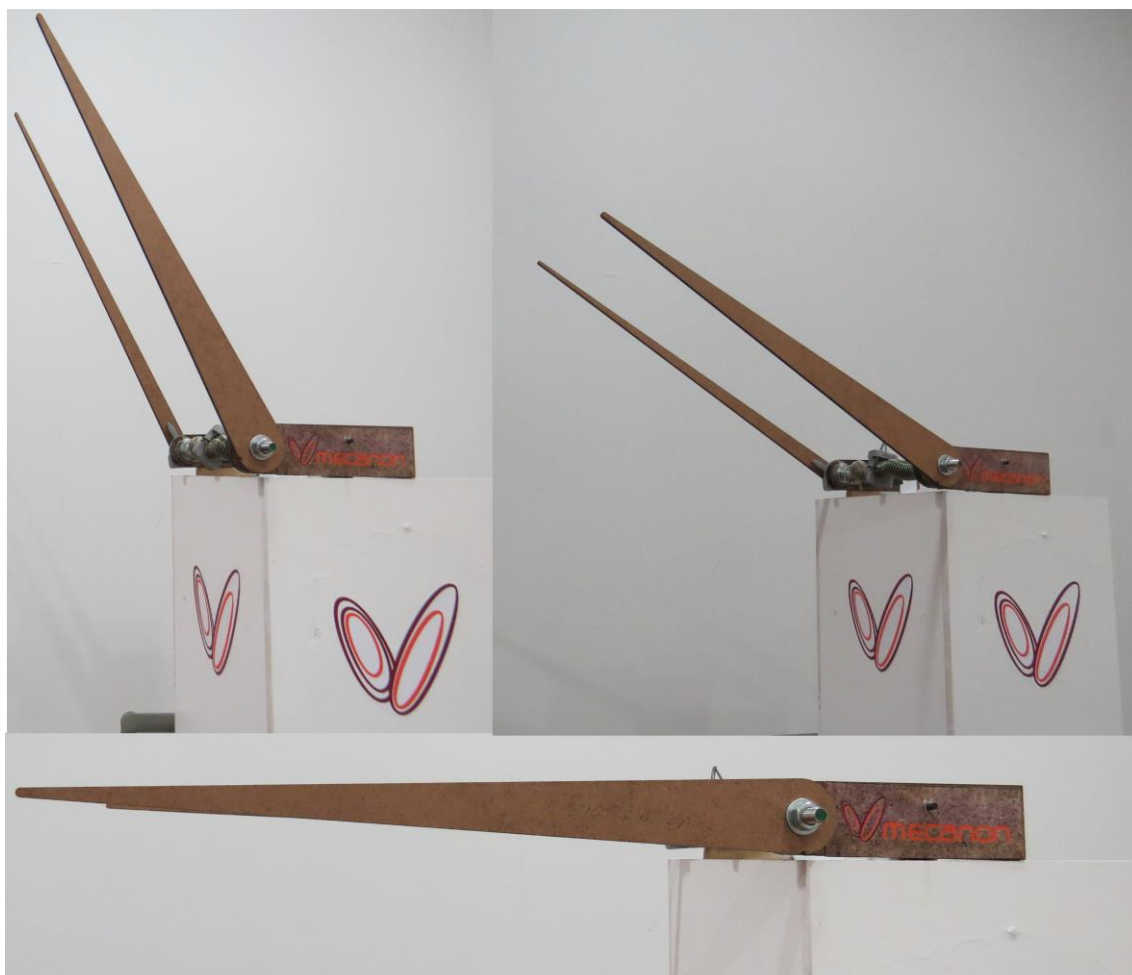
A atuação é proporcionada por efeito Joule, isto é, o fio é aquecido através da corrente elétrica ao longo da mola com memória de forma. As configurações inicial, intermediária e final, para os dois tipos de atuadores, são mostradas na Figura 33 e na Figura 34.

*Tabela 6 – Valores dos parâmetros dos atuadores dos protótipos.*

Atuação por mola-polia		Atuação por mola torcional	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Mola com memória de forma			
Número de espiras	$N_s = 12$	Número de espiras	$N_s = 6$
Comprimento sólido	$L_s = 16,0 \text{ mm}$	Comprimento sólido	$L_s = 15,9 \text{ mm}$
Raio do Fio	$c_s = 0,30 \text{ mm}$	Raio do Fio	$c_s = 0,85 \text{ mm}$
Índice da mola	$C_s = 10$	Índice da mola	$C_s = 10$
Mola elástica linear			
Número de espiras	$N_l = 67$	Número de espiras	$N_l = 7$
Comprimento sólido	$L_l = 31,6 \text{ mm}$	Ângulo entre extremos	$\theta_l = 90^\circ$
Raio do Fio	$c_l = 0,35 \text{ mm}$	Raio do Fio	$c_l = 0,4 \text{ mm}$
Índice da mola	$C_l = 10$	Índice da mola	$C_l = 12$
Material da mola	Fio musical A228	Material da mola	Fio musical A228



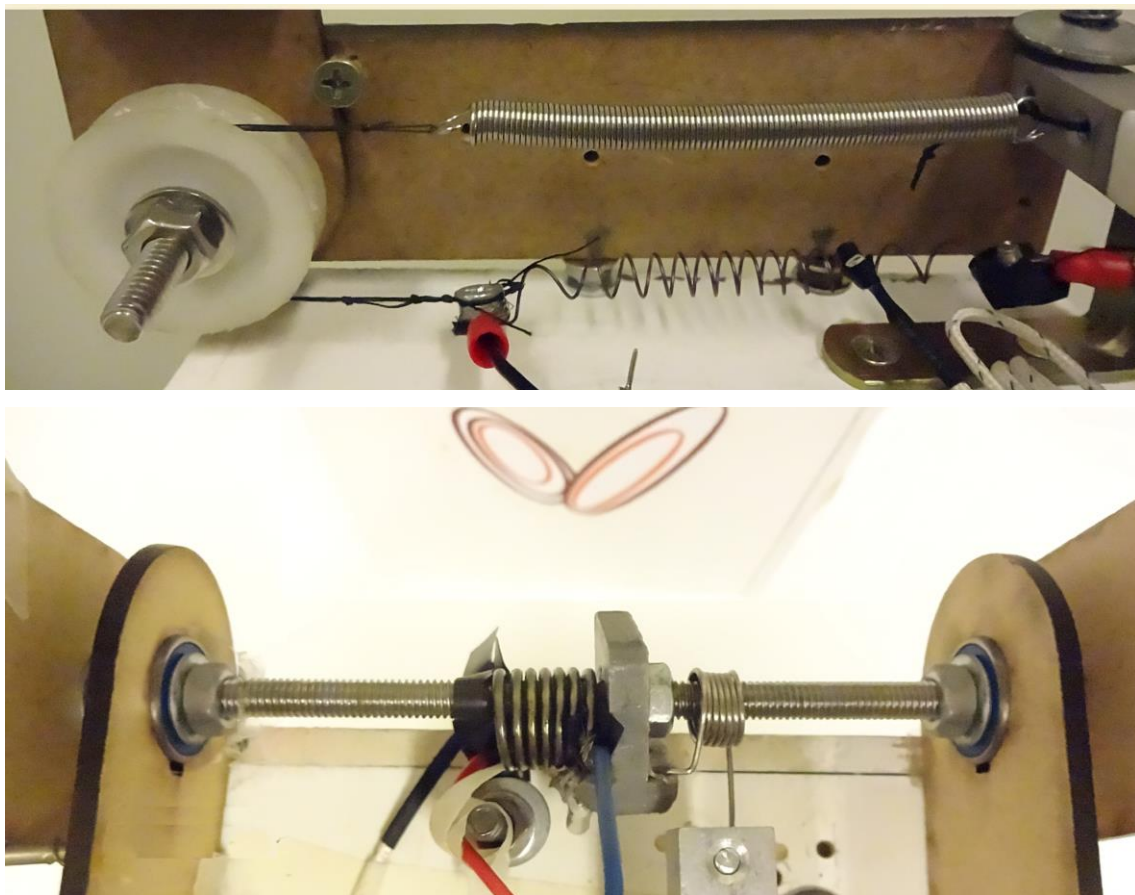
*Figura 33 – Protótipo do atuador mola com a polia para o winglet reduzido. Sequência das imagens no sentido da atuação de cima para baixo.*



*Figura 34 – Protótipo com o atuador com mola torcional para o winglet reduzido. Sequência das imagens no sentido da atuação de cima para o lado e abaixo.*

Os protótipos são fabricados com madeira MDF de 6mm e 3mm. A geometria é alcançada a partir de corte a laser e a montagem dos protótipos é feita com elementos de fixação, com um rolamento posicionado na junta. Utilizam-se ainda duas peças produzidas com impressão 3D de material PLA, que funcionam como limites físicos em 0° e 70°.

A Figura 35 mostra em destaque os dispositivos de atuação dos protótipos. No sistema torcional, um disco rígido ao centro, em cinza, é fixado ao eixo por meio de travamento de porca e contraporca unindo as extremidades das molas de modo a colocá-las em oposição e em equilíbrio. As extremidades são fixadas no suporte de madeira MDF.



*Figura 35 – Atuadores SMA e elástico linear em destaque. No topo, modelo mola-polia e abaixo, modelo com mola torcional.*

## 6.1 Fabricação da mola com memória de forma

As molas helicoidais de tração e de torção se diferenciam apenas na disposição das extremidades e nos esforços as quais estão submetidas. O método de fabricação para as molas com memória de forma não se diferenciam, exceto no sentido do dimensionamento para a sua atuação. Existem duas etapas para a fabricação de molas SMA: a fixação na disposição geométrica desejada e o tratamento térmico posterior.

Para moldar o fio SMA no formato de espiras helicoidais é preciso enrolá-lo a um eixo cilíndrico que determina o diâmetro interno da mola. Normalmente utiliza-se um fuso para definir um formato apropriado para a mola. Depois disso, fixam-se as suas extremidades. Durante o processo é preciso garantir que o fio não seja torcido ao longo do enrolamento do fuso (SAVI *et al.* [36]).

O carregamento térmico posterior consiste no aquecimento da estrutura fuso e fio, em um ambiente controlado, por tempo suficiente para permitir que a recristalização defina o formato helicoidal desejado. Um banho térmico subsequente finaliza o processo. A investigação dos tratamentos térmicos em função dos comportamentos termomecânicos desejados é analisada em MORGAN e BROADLEY [56].

A Figura 36 apresenta os dispositivos de fabricação e as molas fabricadas no MECANON/COPPE. As molas apresentadas na figura foram enroladas em barras roscadas padrão métrico M8 e têm diâmetro de fio de 0.020" (0.508 mm). O tratamento térmico consistiu no uso de um forno-mufla pré-aquecido a 450°C por 30 minutos. Logo após, um resfriamento rápido subsequente foi realizado colocando-se os dispositivos em uma bacia com água em temperatura ambiente.

A mola resultante deve passar por um treinamento posterior por meio de cargas termomecânicas cíclicas com o objetivo de estabilizar o seu comportamento termomecânico. Desta forma, a mola está pronta para ser utilizada como atuador.



*Figura 36 – Molas fabricadas in loco. Acima as molas helicoidais de tração e abaixo as molas helicoidais de torção. À esquerda, os fios fixados nos dispositivos de fabricação antes do forno e, à direita, as molas resultantes após o tratamento térmico.*

## 6.2 Comparação experimental e numérica

Para fazer uma verificação do modelo proposto, cada um dos sistemas foi monitorado por sensores para obter os dados de entrada e sua resposta, sendo controlados por um Arduino<sup>®</sup>. Monitoram-se os dados de entrada como a corrente ( $A$ ) e voltagem ( $V$ ) aplicadas, bem como a temperatura ambiente ( $^{\circ}C$ ). As respostas a essas condições, como a intensidade da força ( $N$ ) em um dos apoios, temperatura na mola SMA ( $^{\circ}C$ ) e angulação do winglet ( $^{\circ}$ ) foram medidas, respectivamente, por meio de uma célula de carga, um termopar tipo K e um módulo composto por um chip acelerômetro e giroscópio.

A taxa de aquisição dos dados é determinada em 4 Hz a partir das características dos sensores. A Figura 37 mostra a localização dos sensores para coleta de dados no sistema mola-polia.

As propriedades dos materiais foram as caracterizadas em ensaios realizados por LEAL [7] e SAVI *et al.* [36] que, descrevem os processos de caracterização do material realizados *in loco* com ajuste dos dados. A Tabela 7 lista as propriedades dos materiais das molas utilizadas.



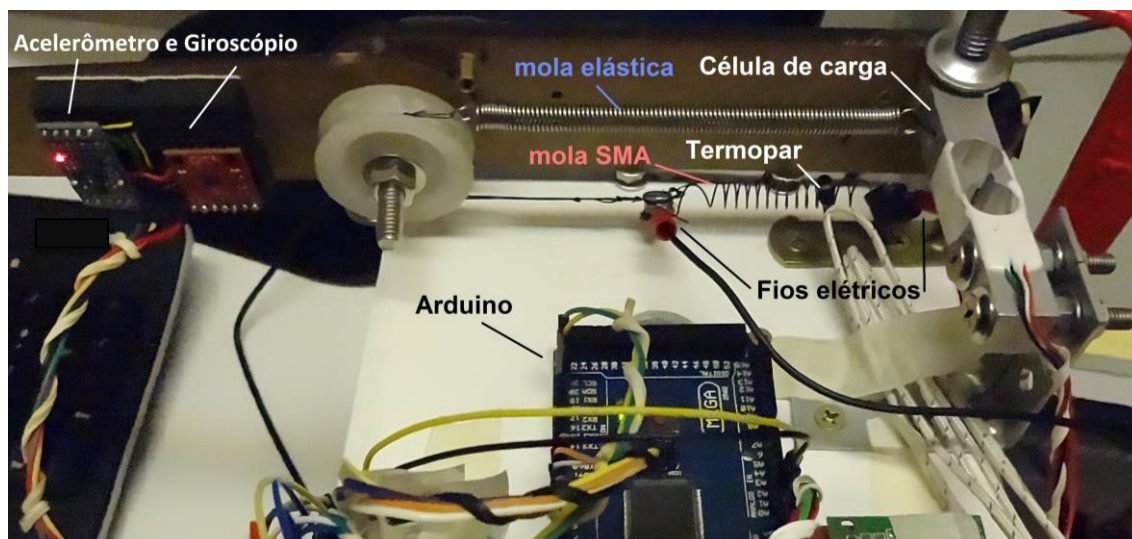


Figura 37 – Disposição dos sensores no aparato experimental. Sistema mola-polia.

Tabela 7 – Parâmetros da mola SMA utilizadas nos experimentos dos sistemas polia e torcional. (Fonte: LEAL [7] e Savi et al. [36])

Símbolo	Sistema Mola-Polia	Sistema Mola Torcional
$H$	5,5%	5,0%
$E_A$	89 GPa	98 GPa
$E_M$	52 GPa	40 GPa
$\nu$	0,3	0,3
$C_A$	8 MPa/K	6 MPa/K
$C_M$	7 MPa/K	7 MPa/K
$A_s$	24,2 °C	30,7 °C
$A_f$	43,7 °C	43,2 °C
$M_s$	53,4 °C	30,8 °C
$M_f$	30,3 °C	20,1 °C

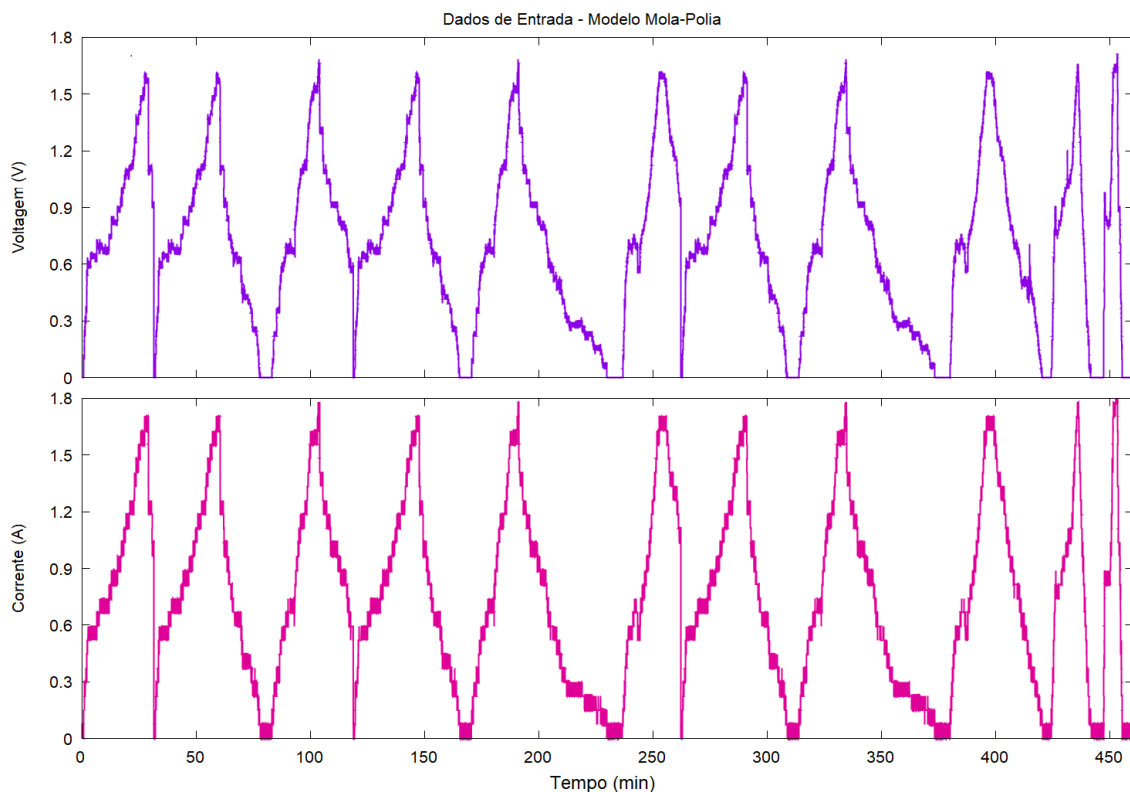
Observa-se que, para os objetivos de comparação numérica e experimental, as restrições mecânicas das posições limites (70° e 0°) foram retiradas para que a transformação pudesse ser completa para as posições de maior amplitude angular.

### 6.2.1 Sistema mola-polia

Os procedimentos experimentais para o sistema mola polia foram realizados em onze ciclos observando uma repetibilidade da amostragem por um total de nove horas de ensaio. A mudança da corrente ( $A$ ) e voltagem ( $V$ ) confere ao sistema uma

variação de temperatura devido ao efeito Joule, que é a fonte de energia utilizada para promover a atuação na junta onde a polia está posicionada.

A Figura 38 mostra a variação de voltagem e corrente no tempo. O controle da corrente contínua através de uma fonte de energia é manualmente executado observando que o processo seja considerado quasi-estático e portanto que a temperatura seja gradualmente variada, conforme foi observado.



*Figura 38 – Tensão e corrente fornecidas à mola SMA. Dados de Entrada.*

A posição inicial corresponde ao winglet a  $90^\circ$  em relação à asa, isto é, orientado na posição vertical.

A Figura 39 mostra a resposta do sistema em duas curvas características: variação do deslocamento e da carga com a temperatura. Nota-se a presença característica da histerese nas duas curvas para molas SMAs.



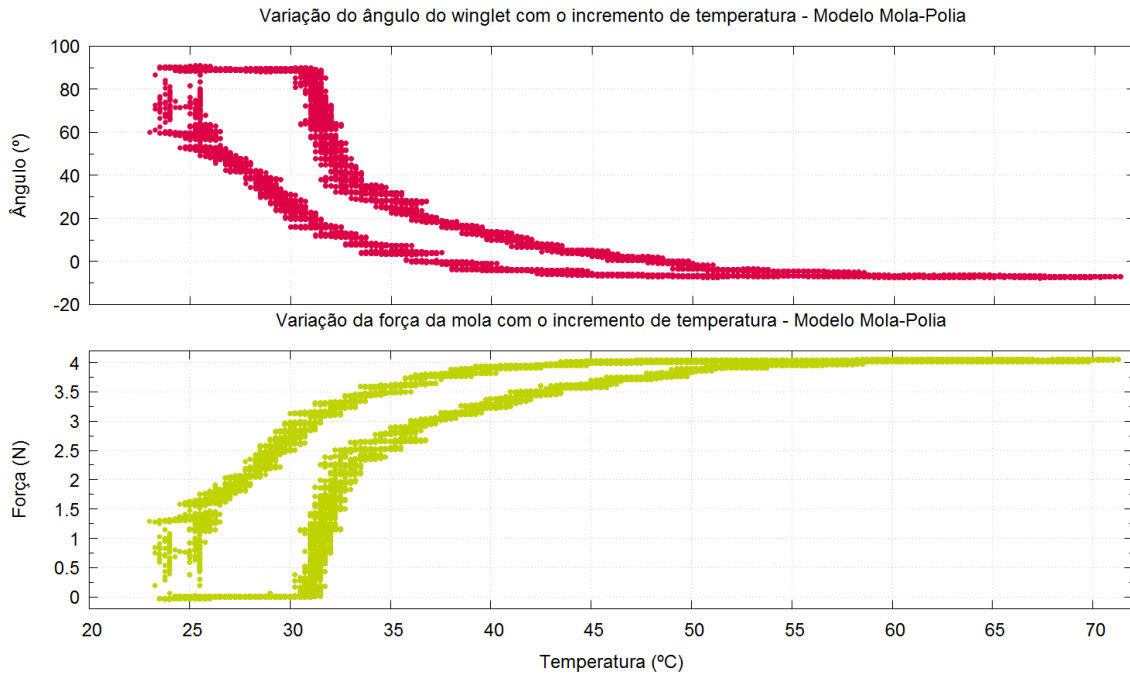


Figura 39 – Resposta do sistema mola-polia. Ângulo e força com a temperatura.

De posse dos resultados experimentais, segue-se a verificação dos resultados numéricos, buscando a reprodução dos testes. A Tabela 7 apresenta as propriedades do material utilizadas no modelo numérico. A Figura 40 mostra a comparação entre os resultados numéricos e experimentais, apresentando uma boa concordância.

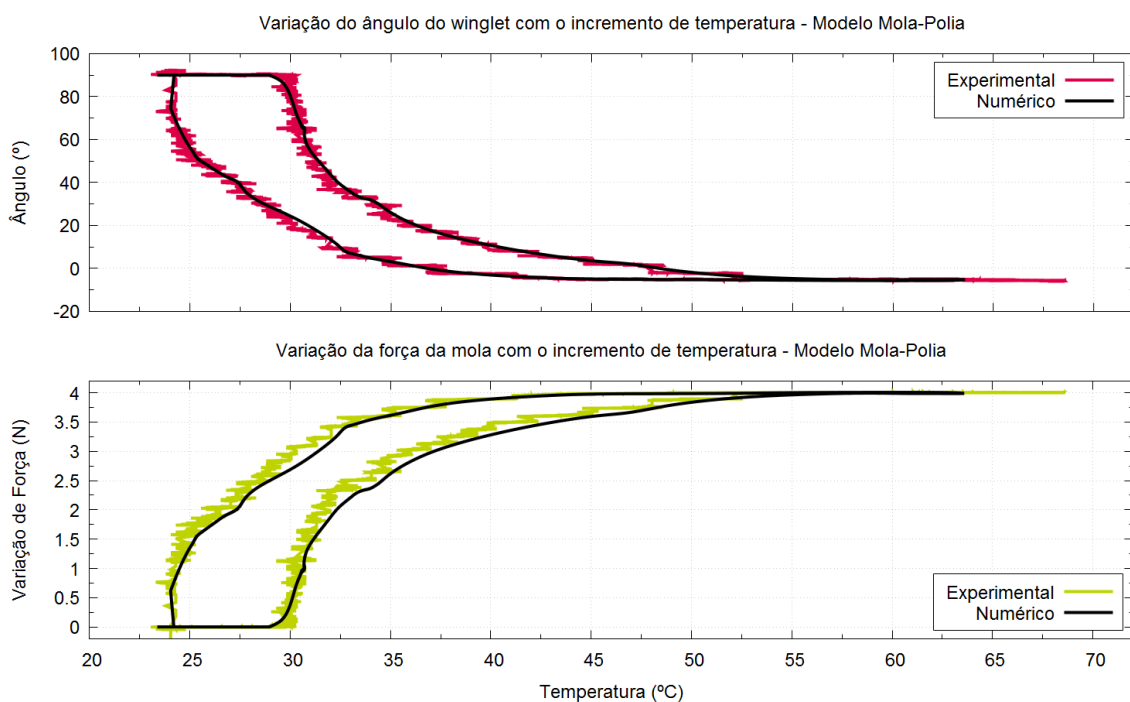
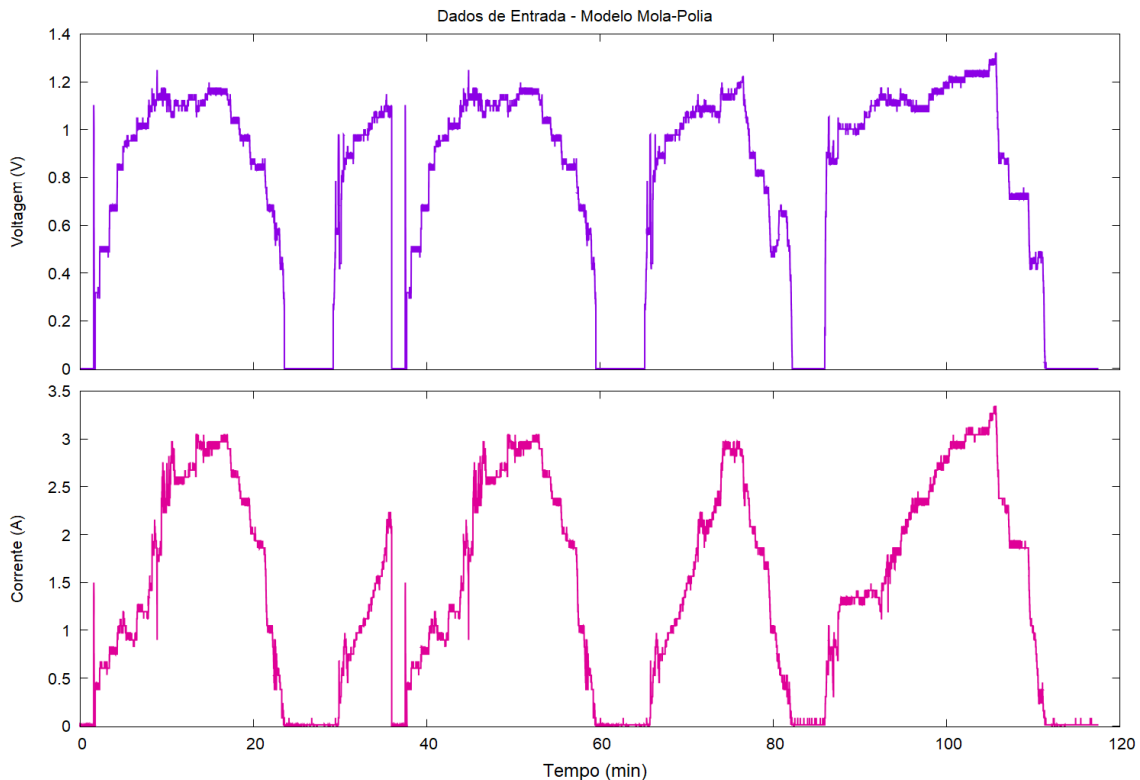


Figura 40 – Verificação experimental do modelo numérico para mola de tração SMA.

## 6.2.2 Sistema torcional

A análise do sistema torcional é similar à realizada no sistema mola-polia, mostrada na seção anterior. Os procedimentos experimentais para esse sistema foram repetidos por duas horas em um total de quatro ciclos. A mudança de amperagem ( $A$ ) e voltagem ( $V$ ) confere ao sistema uma variação de temperatura através do efeito Joule, utilizada para promover a atuação na junta onde as molas torcionais têm uma extremidade fixa.

A Figura 41 mostra a variação de voltagem e corrente no tempo de ensaio. O controle da voltagem é manualmente executado em uma fonte de energia DC, observando que o processo seja considerado quasi-estático e portanto que a temperatura seja gradualmente variada.



*Figura 41 – Tensão e corrente fornecidas à mola SMA. Dados de Entrada.*

A posição inicial corresponde ao winglet orientado na posição vertical. A Figura 42 mostra, da mesma forma, a resposta do sistema em duas curvas características: variação do deslocamento e do torque com a temperatura para quatro ciclos termomecânicos completos. Novamente, nota-se a presença característica da histerese nas duas curvas.

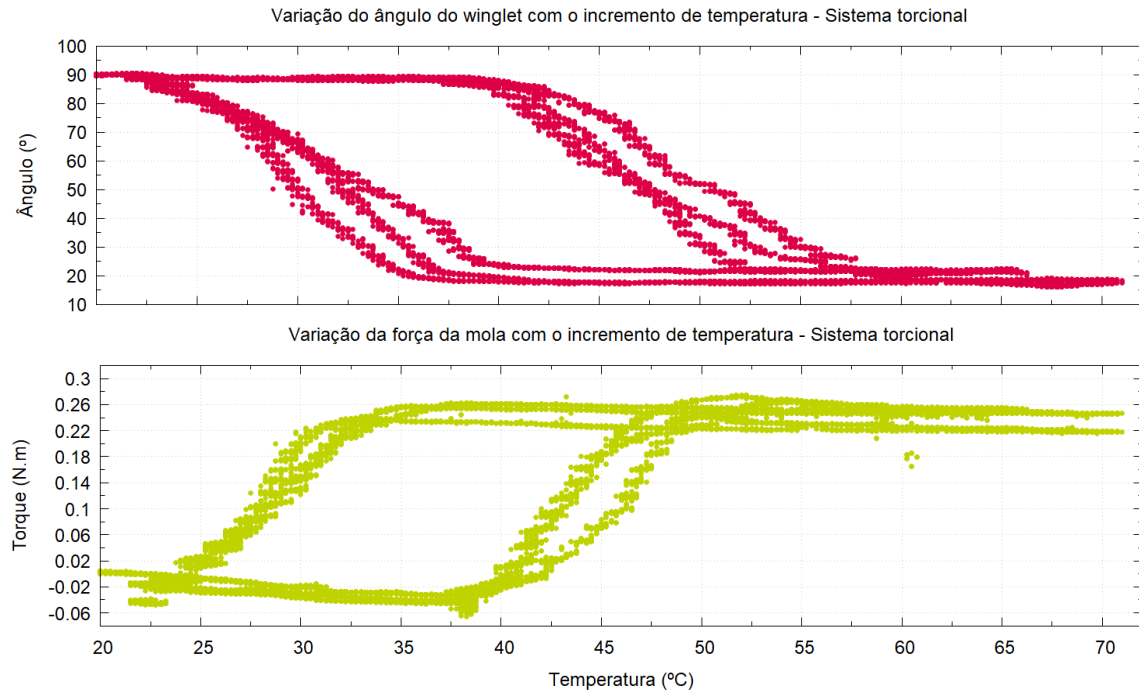


Figura 42 – Resposta do sistema mola torcional. Ângulo e torque com a temperatura.

A verificação dos resultados é feita considerando os parâmetros apresentados na Tabela 7. A Figura 43 mostra com boas concordâncias a comparação numérico-experimental para um ciclo termomecânico completo.

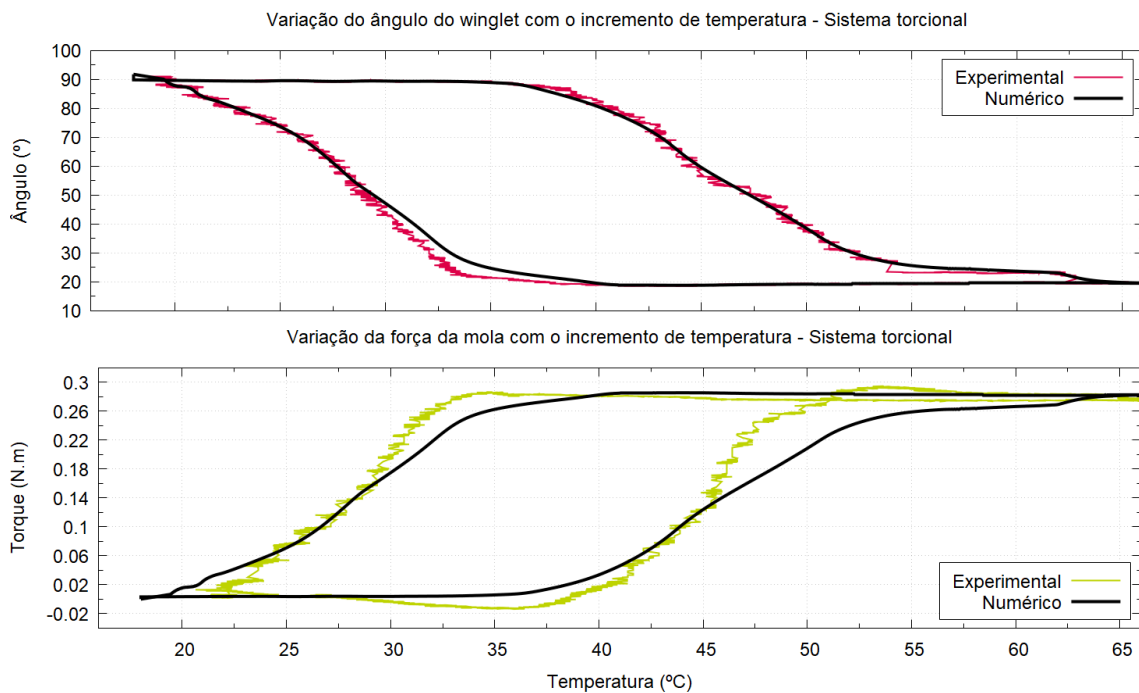


Figura 43 – Verificação experimental do modelo numérico para mola de torção SMA.

## 7 Investigações numéricas

Este capítulo apresenta uma análise paramétrica dos sistemas mola-polia e torcional que buscam mostrar a evolução no elemento SMA com o incremento de temperatura e a variação de alguns parâmetros geométricos, tais como o diâmetro do fio e o índice de mola, e das condições de voo, representado pela variação de velocidade do escoamento do ar.

### 7.1 Sistema mola-polia

Esta seção considera uma investigação numérica de uma asa com *winglet* atuada através do sistema mola-polia. A mola de SMA apresenta uma variação da sua força partir da variação da temperatura, tal como mostrada na Figura 44. O carregamento proposto prevê um limite da tensão de von Mises inferior a  $900\text{ MPa}$ , estabelecido em critério de segurança em relação à plastificação. Essa limitação fornece a deformação inicial máxima para a mola SMA mostrada na Figura 44, na condição em que ambas extremidades da mola estão fixas.

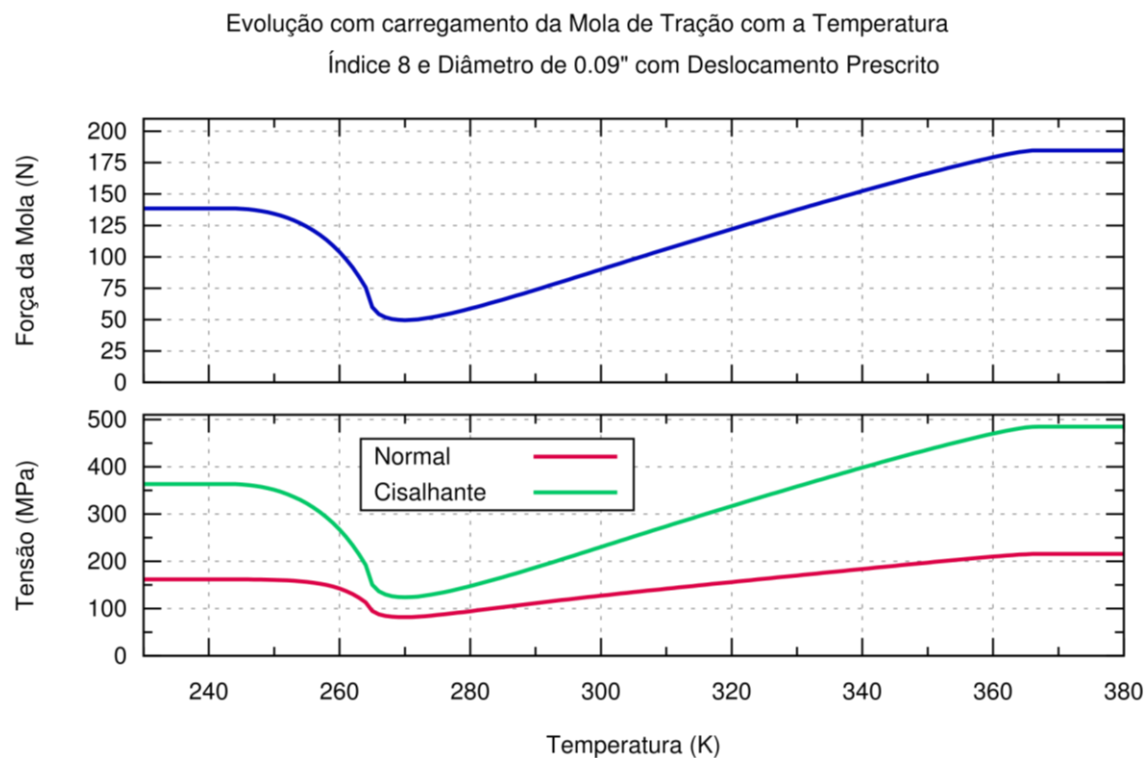


Figura 44 – Evolução da força e da tensão na mola SMA de tração com a temperatura.  
Deformação inicial fixa.

A representação da posição angular decorrente da atuação do dispositivo é mostrada na Figura 45, onde a mola vermelha representa o atuador com memória de forma, enquanto a mola azul representa a mola elástica linear, em configuração *bias*.

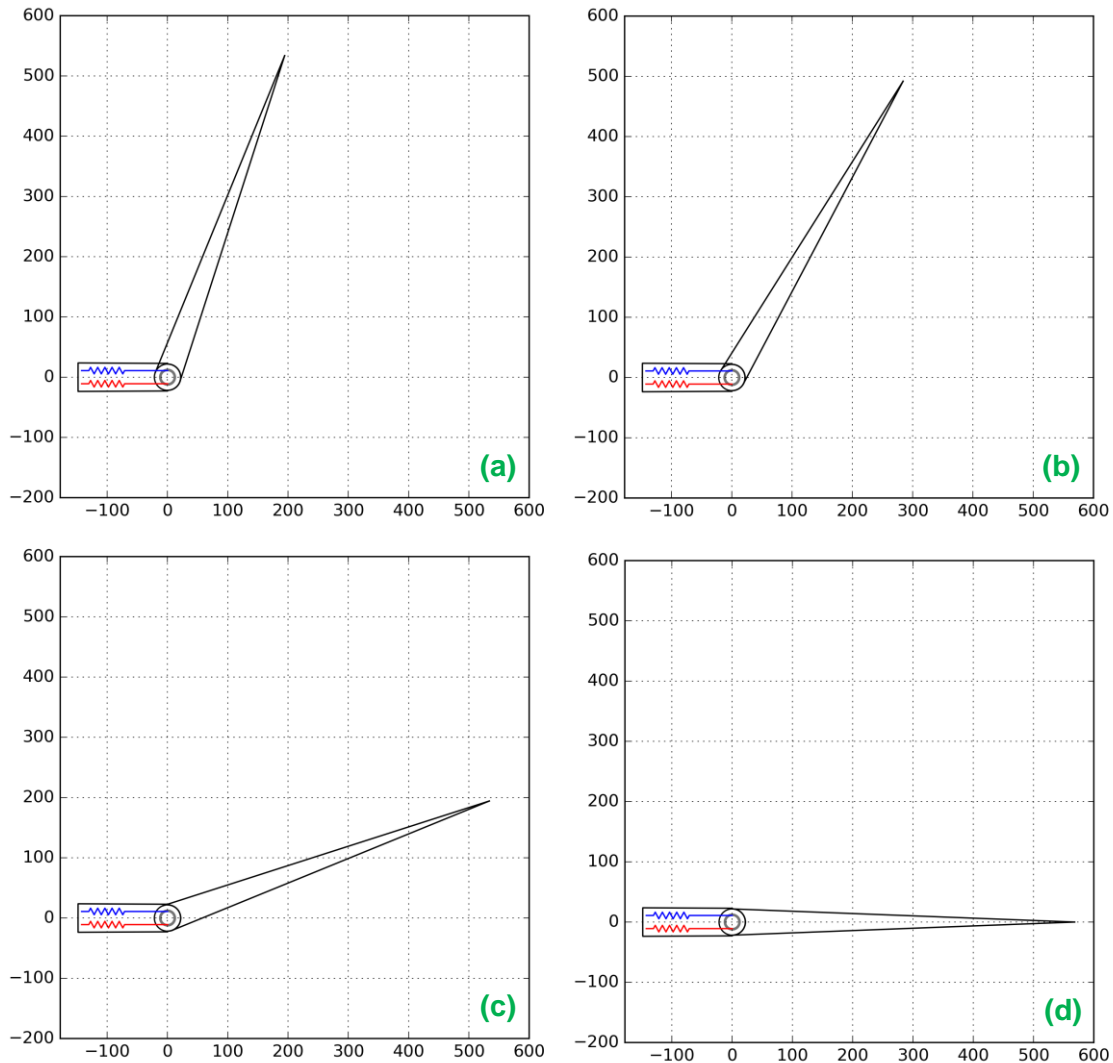
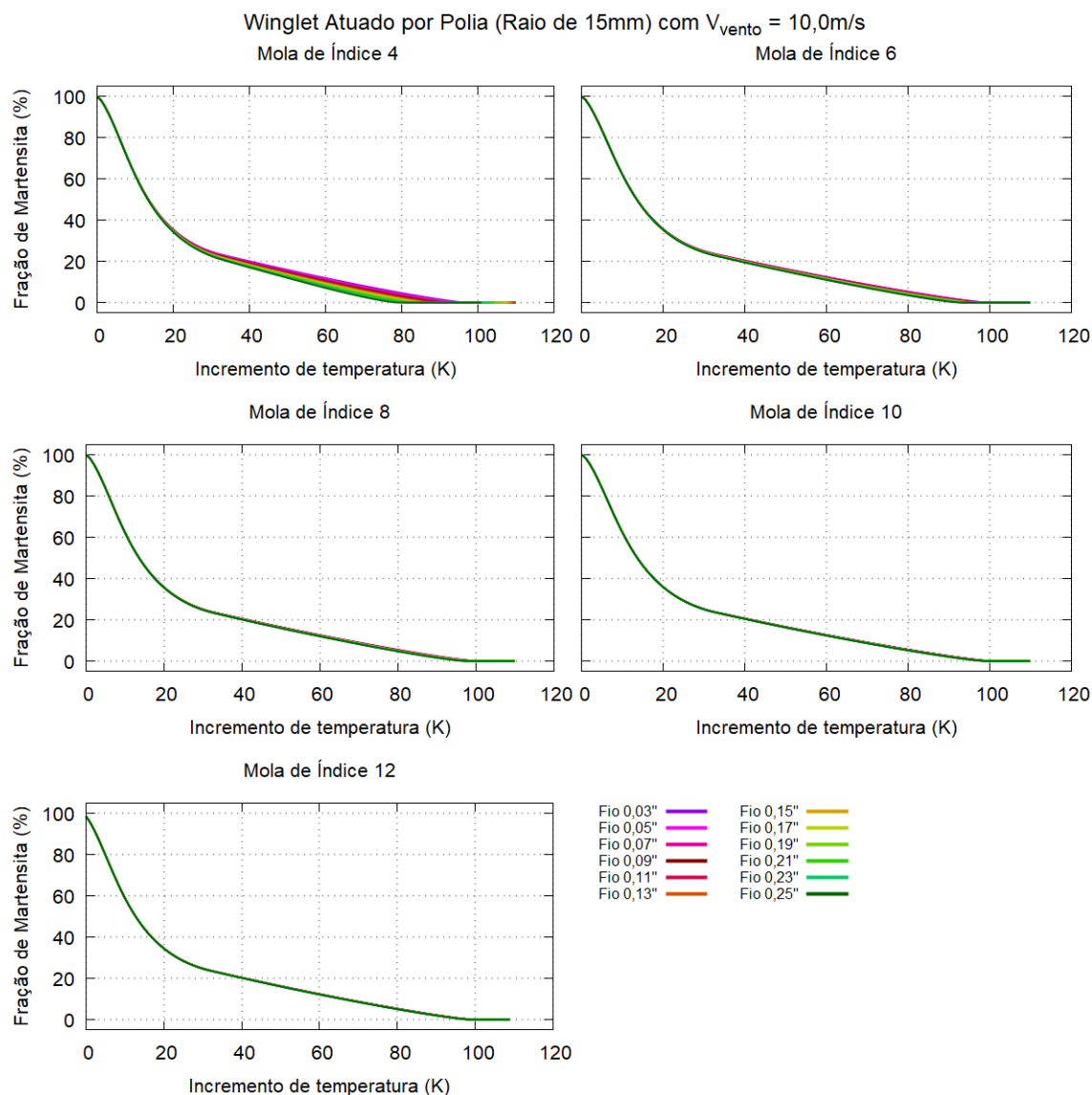


Figura 45 – Esquema da atuação do sistema mola-polia. Escala em milímetros. Posições angulares de: a) 70°; b) 60°; c) 20°, e; d) 0° em relação a horizontal.

O *winglet* encontra-se inicialmente na posição de 70° em relação à asa. A morfagem proposta considera um escoamento com velocidade de 10 m/s, a partir do qual se analisam os efeitos das transformações de fase, representadas pelas frações volumétricas de martensita. Para os diversos diâmetros de fio de SMA e índices de mola, são apresentadas as Figuras 46-48.

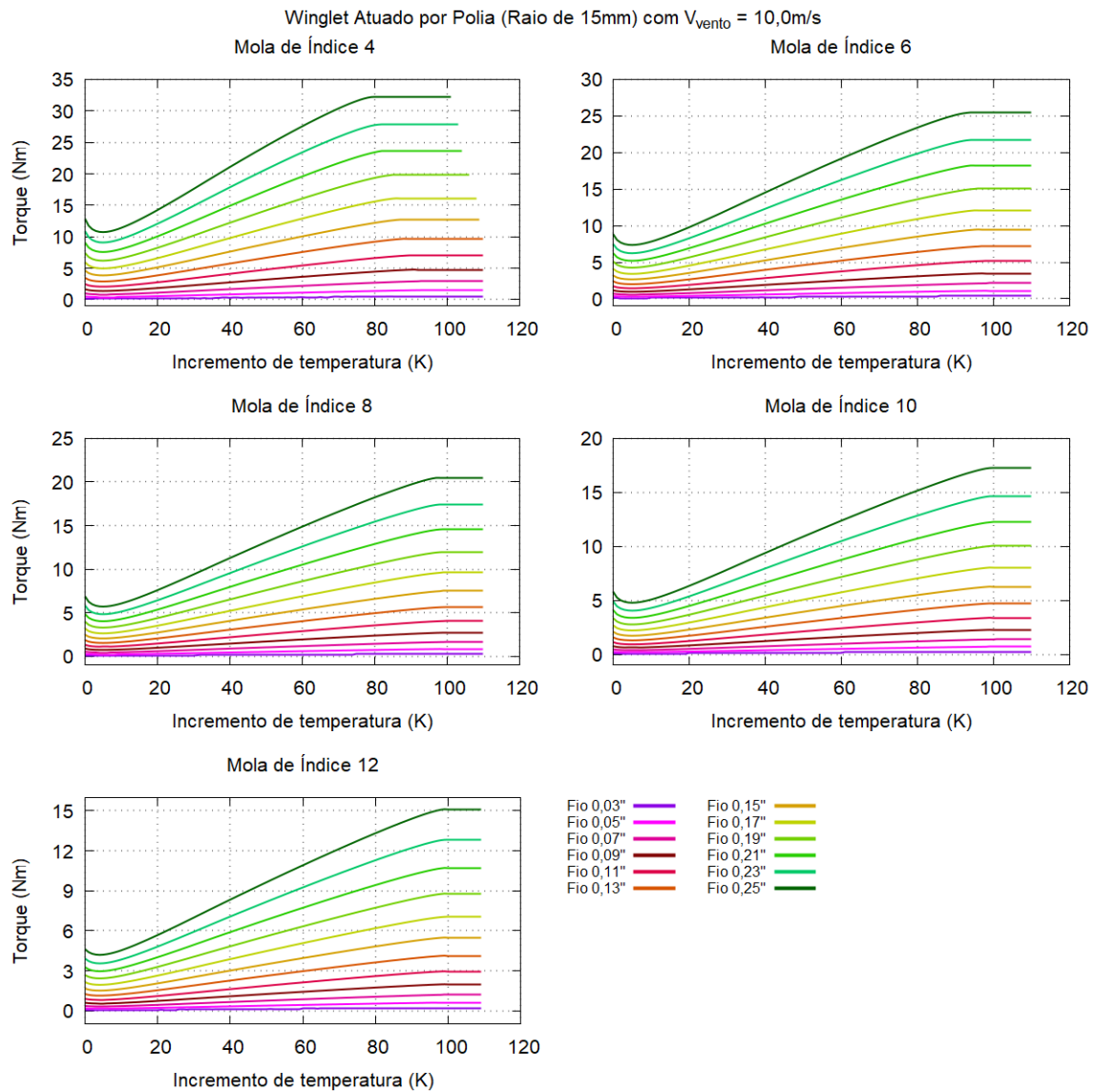
A Figura 46 apresenta que para índices de mola 4 e 6 há uma influência geométrica para os diâmetros de fio estudados que provoca uma diferenciação das curvas mostradas de fração volumétrica de martensita, efeito que se reduz em índices

maiores de mola (8 a 12). Ainda, o decréscimo da fração volumétrica de martensita com o aumento da temperatura é esperado devido à estabilidade da austenita em altas temperaturas.



*Figura 46 – Variação da fração volumétrica de martensita com a temperatura para os 12 diâmetros de fio SMA (0,03 a 0,25") e 5 índices de mola (4 a 12).*

A Figura 47 mostra a evolução do torque (força da mola multiplicada pelo raio da polia ideal) com a temperatura. O torque máximo obtido pelo aquecimento da SMA aumenta com o diâmetro do fio, ao mesmo tempo em que é reduzido para maiores índices de mola.



*Figura 47 – Evolução do torque com a temperatura para os 12 diâmetros do fio SMA (0,03 a 0,25") e 5 índices de mola (4 a 12).*

A Figura 48 permite estabelecer uma relação entre o torque e as transformações de fase, representadas pela fração volumétrica de martensita. Destaca-se a forma do crescimento não-linear do torque com a transformação.

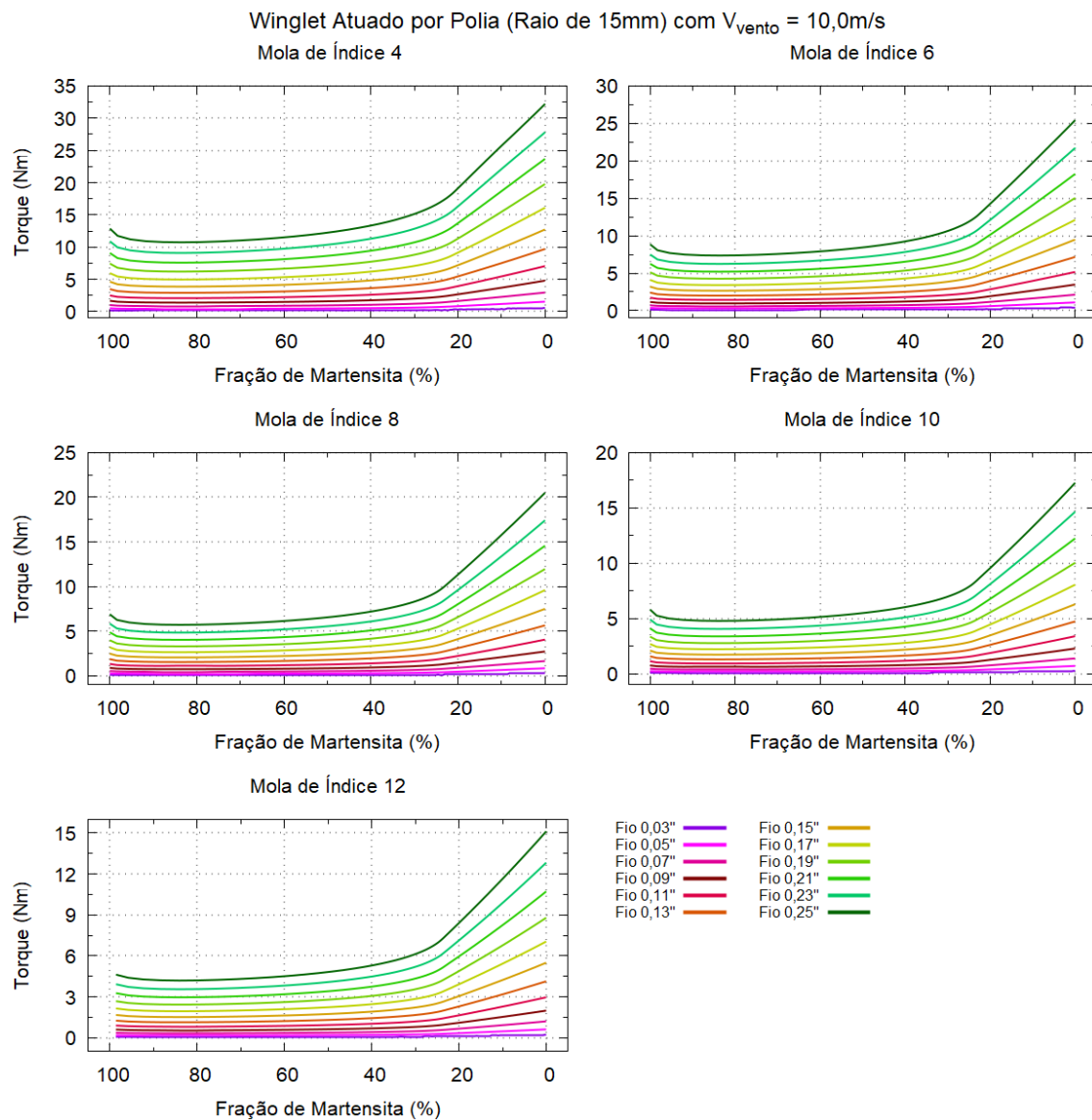
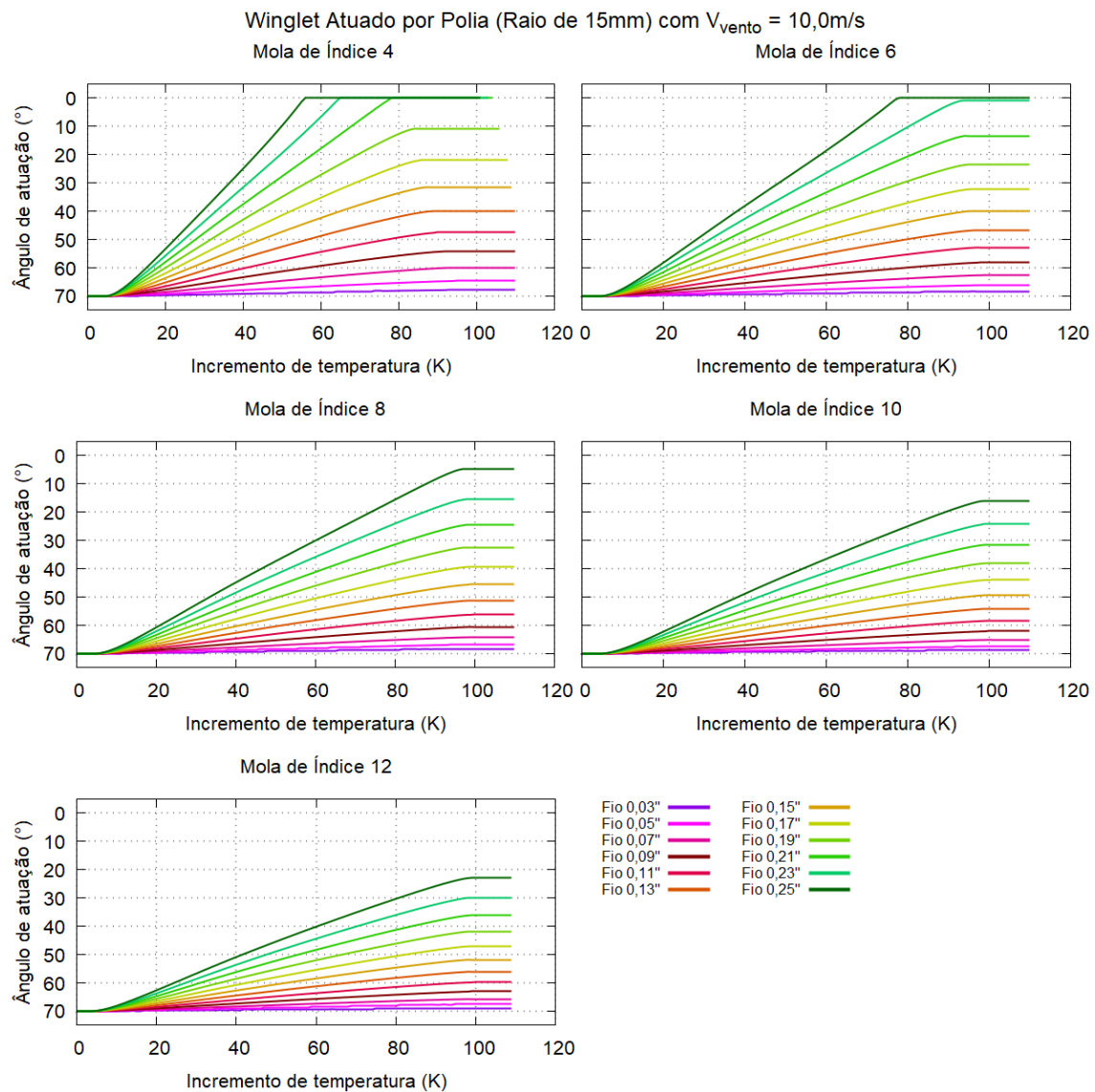


Figura 48 – Curvas de variação do torque com a fração volumétrica de martensita.

### 7.1.1 Influência do diâmetro do fio SMA

De forma a avaliar como o diâmetro do fio SMA influencia o sistema, apresentam-se diversas simulações alterando-se o valor do diâmetro. Os resultados são mostrados na Figura 49, que apresenta a evolução do ângulo do *winglet* em consequência da transformação de martensita em austenita com o aumento da temperatura da mola.





**Figura 49 – Ângulos de atuação com respeito a temperatura para 12 diâmetros de fios (0,03 a 0,25") e 5 índices de mola (4 a 12).**

Como esperado, o aumento do diâmetro do fio leva a uma maior capacidade de atuação, diminuindo o ângulo final do *winglet*, para todos os índices. Desta forma, é possível planejar a capacidade de atuação necessária ao aumentar o diâmetro do fio SMA, tendo em vista o espaço e o peso decorrentes do emprego do sistema de atuação.

### 7.1.2 Influência do índice da mola

A seção anterior motiva a análise para o índice da mola, considerando apenas as posições angulares ao final de cada atuação. Desta forma, a Figura 50

mostra a variação da posição angular final de um mesmo diâmetro para diferentes índices de mola.

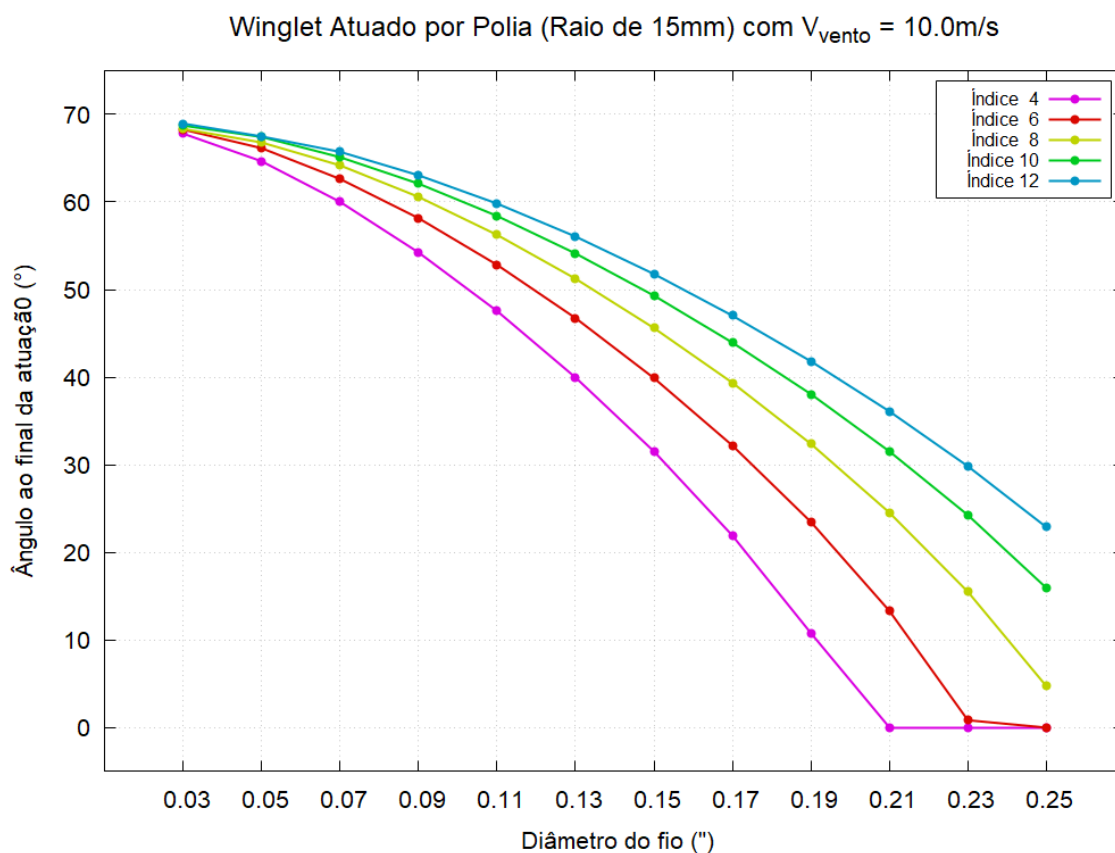


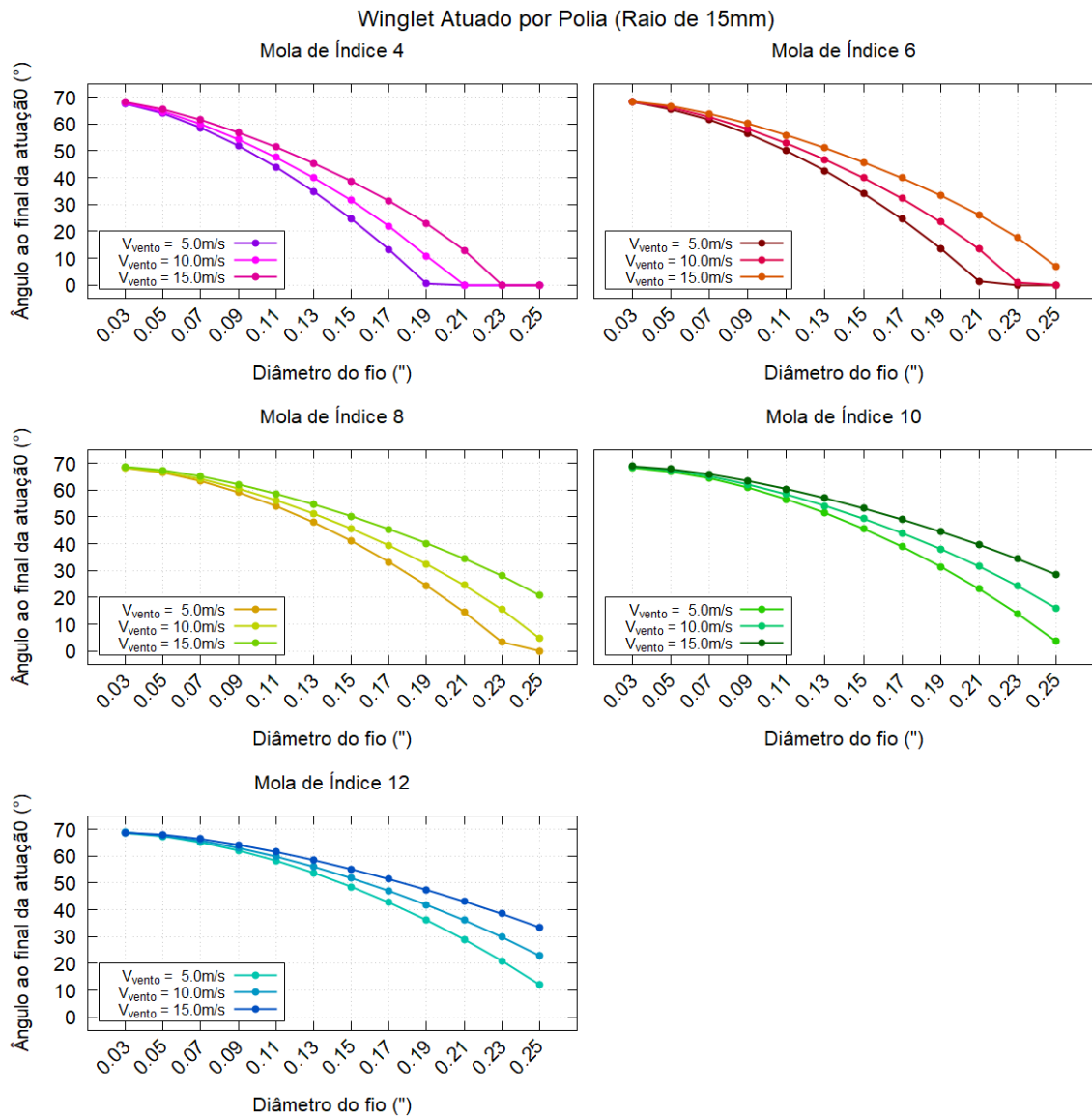
Figura 50 – Ângulos máximos de atuação com respeito aos diâmetros do fio SMA para 5 índices de mola (4 a 12).

Os resultados apresentados têm uma tendência de aumento da capacidade de atuação, conforme esperado.

### 7.1.3 Influência da velocidade do escoamento

A influência da velocidade do escoamento é avaliada nesta seção. A Figura 51 apresenta a relação do diâmetro do fio e do ângulo de atuação para diferentes índices e diferentes velocidades. Nota-se que, para baixo número de Reynolds, o aumento da velocidade de escoamento reduz a capacidade de atuação pelo fio SMA.

Assim, o aumento da velocidade do escoamento eleva a força de sustentação do ar, que requer mais torque para uma mesma posição angular em um mesmo diâmetro fio e índice de mola. Isso provoca a diminuição da capacidade de atuação do *winglet*, resultando em posições angulares finais maiores – em relação à horizontal – com o aumento da velocidade, evidenciado na Figura 51.



*Figura 51 – Variação do ângulo máximo atuado por cada diâmetro de fio e índice de mola em diferentes velocidades de escoamento do ar.*

## 7.2 Sistema torcional

Esta seção considera a atuação através do sistema torcional. A análise segue o mesmo procedimento apresentado na seção anterior para o sistema mola-polia. Na Figura 52 ilustra-se a relação torque-temperatura. Os resultados apresentam comportamentos qualitativamente similares, exceto pelo fato de que a tensão cisalhante é nula durante toda a análise. O carregamento proposto prevê um limite de tensão normal inferior a 900 MPa, em razão de critério de falha do material. A representação da posição angular decorrente da atuação do dispositivo é mostrada na Figura 53; a mola espiral representa o sistema com as molas torcionais com memória de forma e elástica linear, em configuração *bias*.

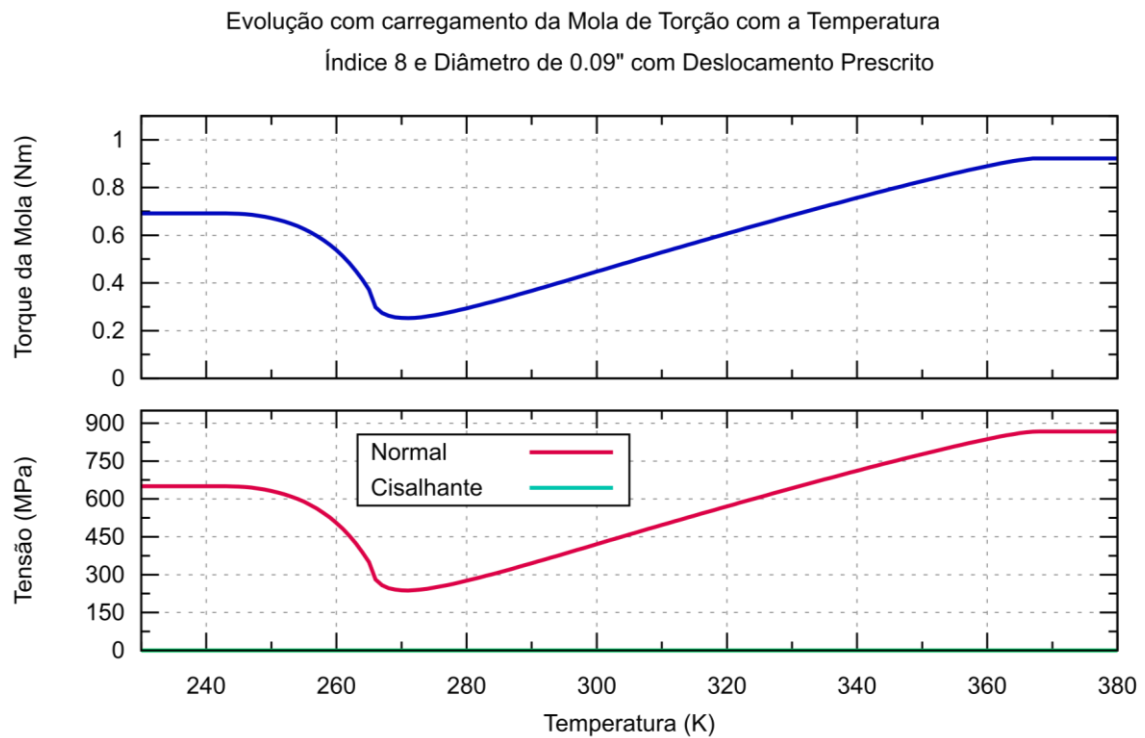


Figura 52 – Evolução na temperatura do torque e tensão na mola SMA de torção.

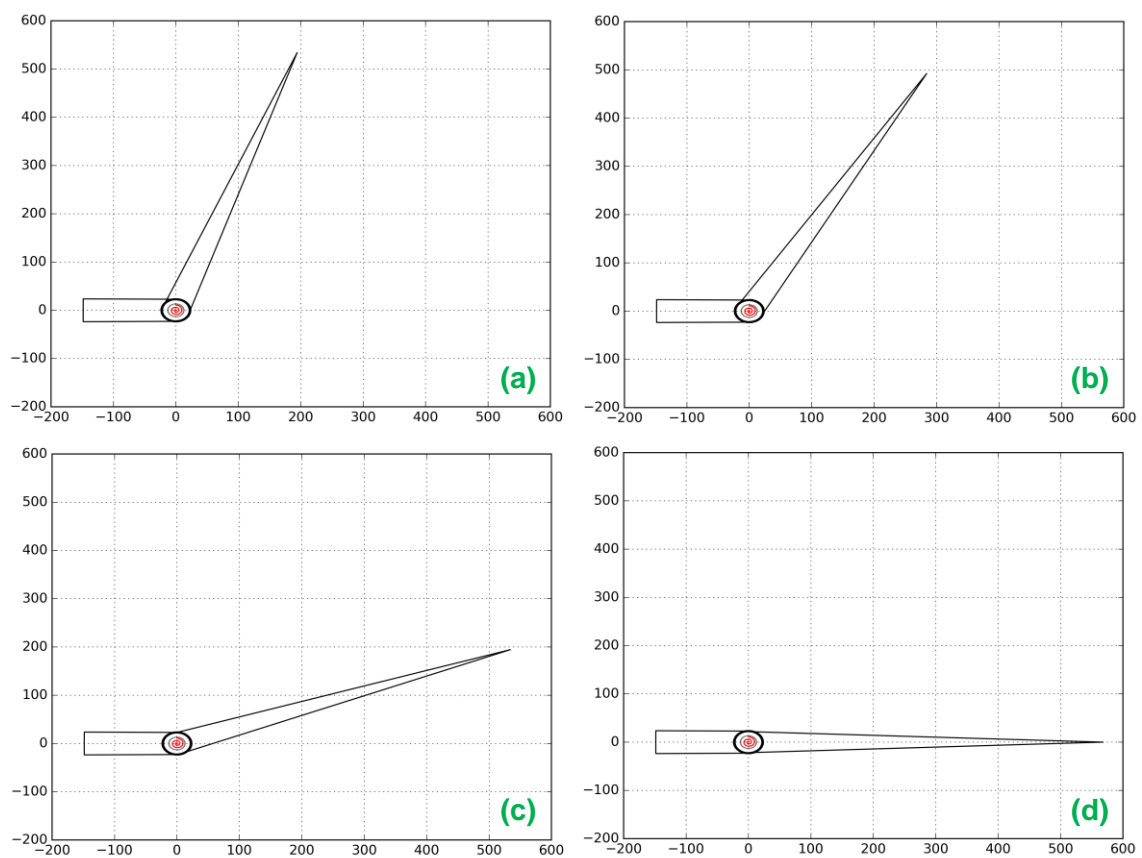
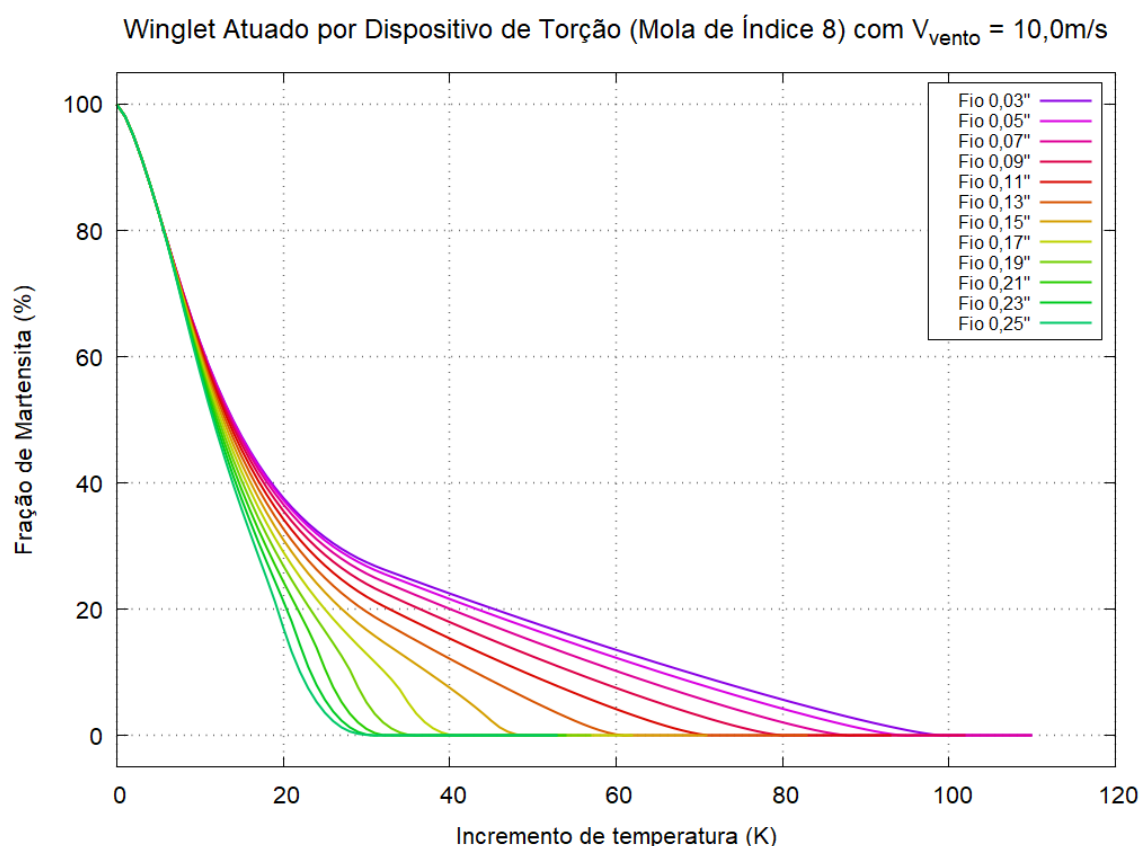


Figura 53 – Esquema da atuação do sistema torcional. Escala em milímetros.

Posições angulares de: a) 70°; b) 60°; c) 20°, e; d) 0° em relação a horizontal.

As Figuras 54-56 apresentam as transformações de fase no atuador com memória de forma, considerando diferentes diâmetros de fio e velocidade de escoamento de 10 m/s. As análises para diferentes índices de molas não mostraram comportamentos com características diferenciadas e por isso não foram incluídas nesta seção. Molas de índice intermediário ( $C = 8$ ) são escolhidas para representação nas imagens.

A Figura 54 mostra que há uma influência geométrica para os diâmetros de fio estudados, que provoca uma diferenciação das curvas mostradas de fração volumétrica de martensita. Há a transformação de martensita em austenita devido ao aumento da temperatura.



*Figura 54 – Evolução da fração volumétrica de martensita com a temperatura para 12 diâmetros de fio (0,03 a 0,25").*

A Figura 55 mostra a relação torque-temperatura para diferentes fios. Essas curvas representam a essência do atuador. Pode-se observar uma distribuição semelhante a apresentada pela mola de tração, mas devido ao carregamento de flexão pura, o decaimento da tensão no fio é maior do que o observado anteriormente, fazendo com que a transformação de fase termine em temperaturas menores.

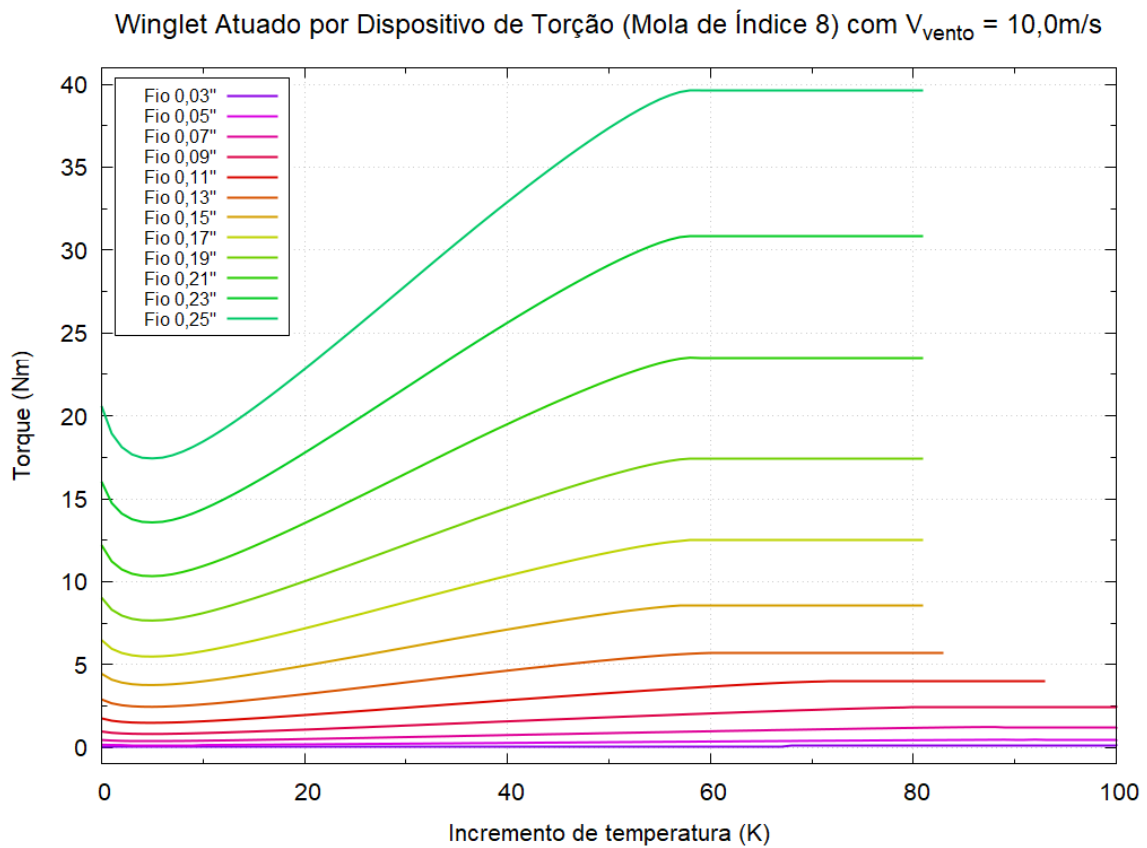


Figura 55 – Variação do Torque com a temperatura para 12 diâmetros fio (0,03 a 0,25").

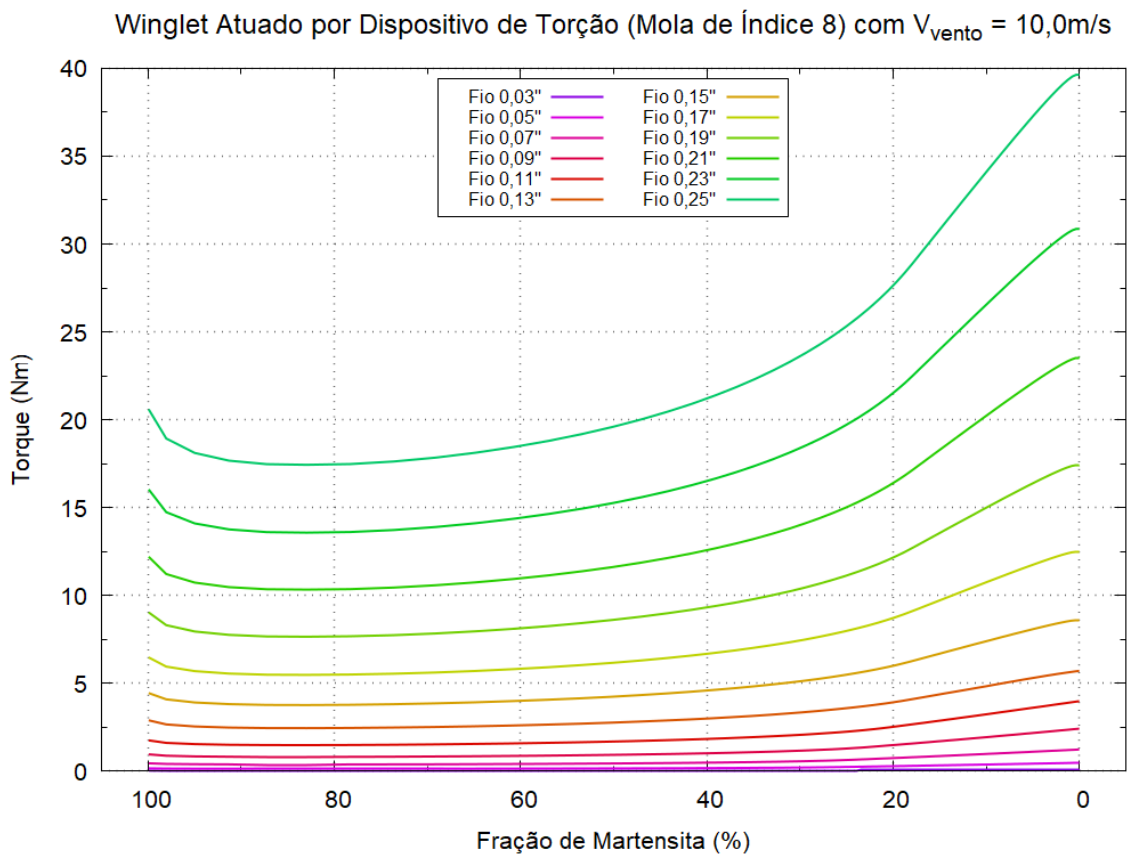


Figura 56 – Curvas da variação do torque com a fração volumétrica de martensita.

A Figura 56 apresenta a relação torque-transformação de fase, mostrando as mesmas características do sistema mola-polia. Contudo, deve-se observar que os torques desenvolvidos no sistema torcional são maiores para um mesmo tamanho em relação a todos os índices de mola do sistema mola-polia. Esses torques maiores estão associados a um desempenho melhor das molas torcionais em relação às molas de tração.

### 7.2.1 Influência do diâmetro do fio SMA

De forma a avaliar como o diâmetro do fio SMA influencia o sistema proposto, diversas simulações são realizadas e apresentadas na Figura 57. Observa-se a evolução do ângulo do *winglet* como consequência da transformação de martensita em austenita em função do aquecimento da mola com SMA. O aumento do diâmetro do fio implica no aumento da capacidade de atuação do *winglet*.

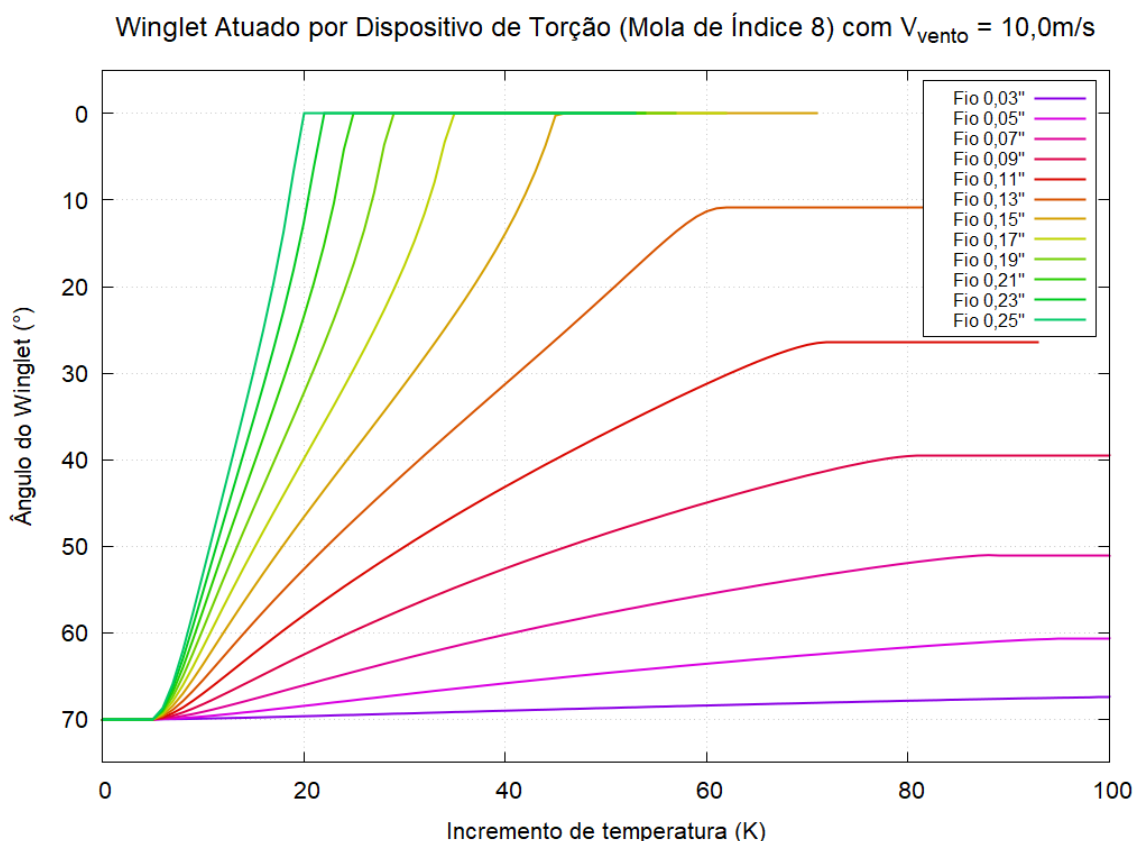


Figura 57 – Ângulos de atuação com respeito a temperatura para 12 diâmetros de fio (0,03 a 0,25"). Eixo vertical de cima para baixo.

A Figura 58 apresenta uma curva que mostra a variação da posição angular final de vários diâmetros de fio para um mesmo índice de mola. A diferença do ângulo

ao final da atuação atinge o objetivo esperado (*winglet* a 0°) a partir de um diâmetro 0.15” do fio SMA, nas condições de teste.

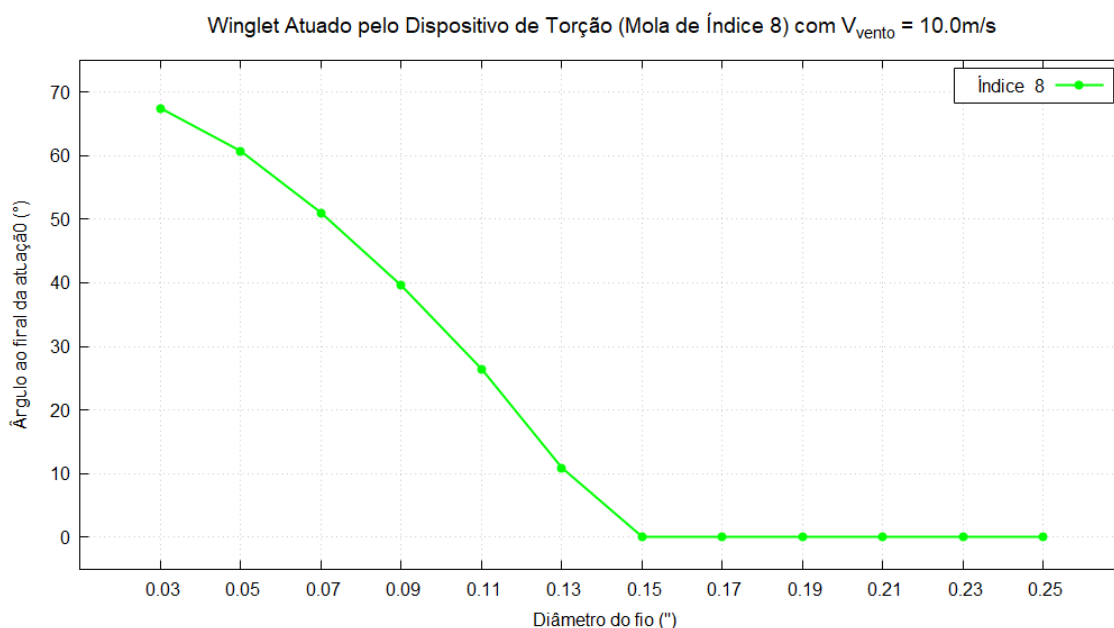


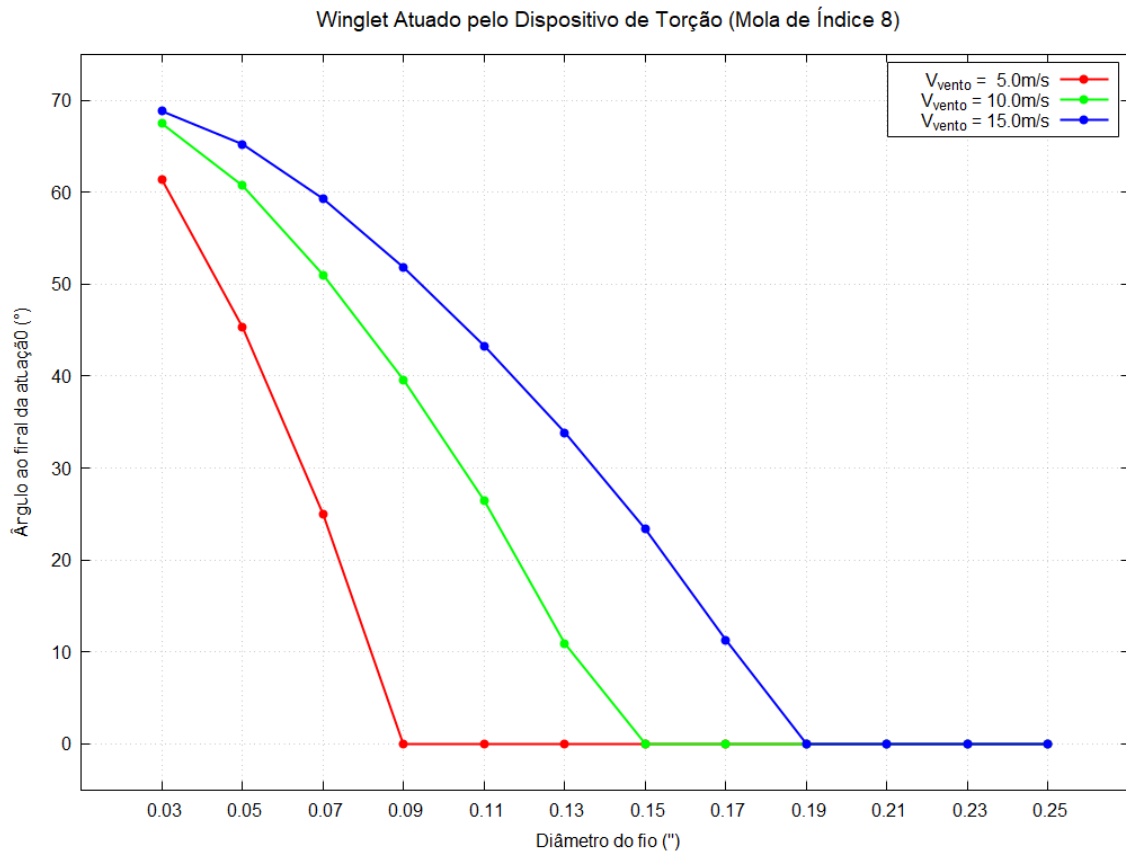
Figura 58 – Ângulos finais de atuação com respeito a 12 diâmetros do fio no sistema torcional.

Os resultados se apresentam com a tendência esperada, que é mais pronunciado que nos resultados do sistema mola-polia.

## 7.2.2 Influência da velocidade do escoamento

A influência da velocidade do escoamento é apresentada na Figura 59. Para um baixo número de Reynolds, o aumento da velocidade de escoamento reduz a capacidade de atuação pelo fio SMA. Desta forma, pode-se afirmar que o aumento da velocidade requer mais torque para uma mesma posição angular em um mesmo fio, o que provoca a menor variação do ângulo final do *winglet*. As curvas para três velocidades (5, 10 e 15 m/s) são mostradas na Figura 59.





*Figura 59 – Variação do ângulo atuado por cada diâmetro de fio em diferentes velocidades de escoamento do ar.*

Nota-se que para as velocidades 5, 10 e 15 m/s a escolha de uma mola de torção SMA de 0.09", 0.15" e 0.19", respectivamente, atinge o objetivo esperado em cada caso.

## 8 Conclusões

A proposta deste trabalho é avaliar a morfagem de *winglets*. A atuação é feita através de dois sistemas: mola-polia e torcional. Esses sistemas projetados envolvem molas helicoidais com memória de forma. Diversas simulações numéricas buscam avaliar a capacidade de atuação dos sistemas para uma determinada faixa de velocidades de voos de cruzeiro (5 a 15  $m/s$ ), além de diferentes diâmetros de fio SMA (0.03 a 0.25”) e índices de mola (4 a 12) com memória de forma.

Utiliza-se o modelo constitutivo de LAGOUDAS [1] para descrever o comportamento da liga com memória de forma. Utiliza-se a formulação de mola de tração de SMA de ENEMARK *et al.* [38], que considera não linearidades geométricas e constitutivas. Inspirado na formulação da mola de tração, propõe-se uma equação para descrever o comportamento da mola torcional. Além disso, utiliza-se a equação de equilíbrio de LEAL [7] para morfagem de sistemas aeronáuticos usando SMAs.

Em revisão de literatura, a única formulação encontrada para molas de torção com SMA é dada por SHENG e DESAI [57], valendo-se da equação para molas de torção de SHIGLEY [54] no desenvolvimento das equações. No entanto, essa teoria está fundamentada na hipótese de pequenas deformações e para materiais elásticos. O desenvolvimento do modelo para molas de torção SMA que prevê as não linearidades constitutivas e geométrica, constitui a inovação das atividades propostas neste trabalho.

A modelagem matemática é verificada através de ensaios experimentais. Destacam-se as boas concordâncias dos resultados experimentais obtidos com sensores em uma placa de prototipagem eletrônica Arduino®, com aqueles obtidos nas simulações numéricas para os dois sistemas.

Uma análise paramétrica apresenta simulações sob diferentes perspectivas que avaliam o comportamento do sistema. Diferentes parâmetros geométricos tais como os diâmetros de fios SMA e índices da mola com SMA são investigados. As tendências com a variação dos parâmetros para os dois sistemas são as mesmas. No entanto, nota-se que para uma mesma geometria e condições de voo, a atuação proposta pela mola de torção com SMA acarreta uma maior variação angular. Assim, uma mola de torção SMA tem menor peso adicional devido ao sistema de atuação na extremidade da asa, o que é desejável devido à necessidade de reforço estrutural da aeronave. Além disso, menos energia é necessária para a atuação, o que torna o sistema torcional mais eficiente.

## 8.1 Trabalhos futuros

As considerações realizadas para a modelagem da mola helicoidal de torção supõem apenas o carregamento externo devido ao torque no eixo da mola. Em uma análise posterior, deve-se considerar efeitos da pré-compressão ou tração devido à montagem do sistema. Em particular, para um número grande de espiras, tracionar a mola ajuda a evitar a instabilidade causada pela flambagem, sendo uma estratégia usualmente adotada.

Uma análise considerando transformações de fase não homogêneas na seção transversal para as molas de tração e torção é uma sequência interessante para o trabalho. Em particular, uma variação linear da presença de martensita na seção transversal constitui o passo seguinte a este projeto.

A análise da viabilidade comercial pautada na determinação da eficiência energética e custos associados de fabricação, instalação, reforços estruturais e controle podem colaborar para a implementação dos sistemas de atuação desenvolvidos em novos testes do sistema, tal como os realizados em túnel de vento.

## Referências

- [1] LAGOUDAS, D. et al. Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 32–33, p. 155–183, 2012.
- [2] PAIVA, A.; SAVI, M. A. An overview of constitutive models for shape memory alloys. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2006, n. June, p. 1–30, 2006.
- [3] HARRISON, J. D.; HODGSON, D. E. Use of TiNi in Mechanical and Electrical Connectors. In: **Shape Memory Effects in Alloys**. Boston, MA: Springer US, 1975. v. 32–33p. 517–523.
- [4] MACHADO, L. G.; SAVI, M. A. Medical applications of shape memory alloys. **Brazilian Journal of Medical and Biological Research**, v. 36, n. 6, p. 683–691, 2003.
- [5] HEART FOUNDATION. **Coronary angioplasty - improving blood flow to your heart**. [s.l: s.n.].
- [6] MCWILLIAMS, A. **Smart materials and their applications: technologies and global markets**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<https://www.bccresearch.com/market-research/advanced-materials/smart-materials-applications-technologies-markets-report-avm023e.html>> Acesso em 01 de Fevereiro de 2018.
- [7] LEAL, P. B. C. **Design and optimization of a bias SMA flap actuator in a fluid-structure application**. 2016. 87 f. Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2016.
- [8] MOHD JANI, J. et al. A review of shape memory alloy research, applications and opportunities. **Journal of Materials and Design**, v. 56, p. 1078–1113, 2014.
- [9] STOWERS, A. K.; LENTINK, D. Folding in and out: passive morphing in flapping wings. **Bioinspiration & Biomimetics**, v. 10, n. 2, p. 25001, 25 mar. 2015.
- [10] CHIN, D. D.; LENTINK, D. Flapping wing aerodynamics: from insects to vertebrates. **The Journal of Experimental Biology**, v. 219, n. 7, p. 920–932, 2016.
- [11] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. **Pilot's handbook of aeronautical knowledge**. FAA-H-8083 ed. [s.l.] U.S. Department of Transportation, 2008.
- [12] AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL. **Regulamento brasileiro da aviação civil nº 1, emenda 2**Brasil, 2011.
- [13] REDINIOTIS, O. K. et al. Journal of Intelligent Material. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, p. 35–49, 2002.
- [14] AURICCHIO, F.; SACCO, E. A Superelastic Shape-Memory-Alloy Beam Model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 8, n. 6, p. 489–501, 27 jun. 1997.
- [15] HUANG, W. **Shape memory alloys and their application to actuators for deployable structures**. 1998. 192 f. University of Cambridge. 1998.
- [16] LIANG, C.; ROGERS, C. A. Design of Shape Memory Alloy Actuators. **Journal of Mechanical Design**, v. 114, n. 2, p. 223, 1992.
- [17] WANG, Z. . et al. Design of TiNi alloy two-way shape memory coil extension spring. **Materials Science and Engineering: A**, v. 345, n. 1–2, p. 249–254, mar. 2003.

- [18] GEORGES, T.; BRAILOVSKI, V.; TERRIAULT, P. Characterization and design of antagonistic shape memory alloy actuators. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 3, p. 35010, mar. 2012.
- [19] MONTEIRO, P. C. C. et al. A comparative analysis of different shape memory alloy actuator configurations. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 28, n. 11, p. 1415–1427, 2017.
- [20] FOLLADOR, M. et al. A general method for the design and fabrication of shape memory alloy active spring actuators. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 11, p. 115029, 1 nov. 2012.
- [21] LIKHACHEV, V. A.; RAZOV, A. I.; CHERNIAVSKY, YU. D.; TRUSOV, S. N. **Truss mounting in space by shape memory alloys**. (T. Pelton, A. R.; Hodgson, D.; Duerig, Ed.) Proceedings of the First International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-94. Pacific Grove, California: 1994
- [22] MOALLEM, M.; TABRIZI, V. A. Tracking Control of an Antagonistic Shape Memory Alloy Actuator Pair. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 17, n. 1, p. 184–190, jan. 2009.
- [23] DUMONT, G.; KÜHL, C. Finite element simulation for design optimisation of shape memory alloy spring actuators. **Engineering Computations**, v. 22, n. 7, p. 835–848, out. 2005.
- [24] SHAOZE YAN et al. A Gripper Actuated by a Pair of Differential SMA Springs. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 18, n. 5, p. 459–466, 13 maio 2007.
- [25] KUDVA, J. N. Overview of the DARPA Smart Wing Project. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 15, n. 4, p. 261–267, 1 abr. 2004.
- [26] JARDINE, A. P.; BARTLEY-CHO, J. D.; FLANAGAN, J. S. **Improved Design and Performance of the SMA Torque Tube for the DARPA Smart Wing Program**. (J. H. Jacobs, Ed.) 9 jul. 1999.
- [27] SAGGIN, B. et al. Design of a smart bidirectional actuator for space operation. **Smart Materials and Structures**, v. 26, n. 3, p. 35041, 1 mar. 2017.
- [28] ZHAKYPOV, Z.; HUANG, J.-L.; PAIK, J. A Novel Torsional Shape Memory Alloy Actuator: Modeling, Characterization, and Control. **IEEE Robotics & Automation Magazine**, v. 23, n. 3, p. 65–74, set. 2016.
- [29] BERGAMASCO, M.; SALSEDO, F.; DARIO, P. **A linear SMA motor as direct-drive robotic actuator**. Proceedings, 1989 International Conference on Robotics and Automation. IEEE Comput. Soc. Press, [s.d.]
- [30] GUNTER, I. M. **Torque controlled antagonistic shape memory alloy actuator**. Burien, WA. USPTO, , 2014. Disponível em: <<https://www.google.com.br/patents/US8726652>> Acesso em 01 de Fevereiro de 2018.
- [31] SOFLA, A. Y. N. et al. Shape morphing of aircraft wing: Status and challenges. **Materials & Design**, v. 31, n. 3, p. 1284–1292, mar. 2010.
- [32] AN, S.; Ryu, J. et al. Engineering design framework for a shape memory alloy coil spring actuator using a static two-state model. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 5, p. 55009, 1 maio 2012.
- [33] BUDYNAS, R.; NISBETT, T. **Shigley's Mechanical Design**. 10. ed. [s.l.] McGraw-Hill Education, 2015.

- [34] MENCIASSI, A. et al. **A SMA actuated artificial earthworm**. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004. IEEE, 2004.
- [35] TRIMMER, B. A et al. Caterpillar locomotion : A new model for soft- bodied climbing and burrowing robots. **7th International Symposium on Technology and the Mine Problem, Monterey, CA May 2-5, 2006**, p. 1–10, 2006.
- [36] SAVI, M. A et al. Nonlinear geometric influence on the mechanical behavior of shape memory alloy helical springs. **Smart Materials and Structures**, v. 24, n. 3, p. 35012, 2015.
- [37] AURICCHIO, F. et al. Shape Memory Alloys: Material Modeling and Device Finite Element Simulations. In: KUNA, M.; RICOEUR, A. (Ed.). . **IUTAM Symposium on Multiscale Modelling of Fatigue, Damage and Fracture in Smart Materials**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 33–42.
- [38] ENEMARK, S.; SANTOS, I. F.; SAVI, M. A. Modelling, characterisation and uncertainties of stabilised pseudoelastic shape memory alloy helical springs. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 27, n. 20, p. 2721–2743, 2016.
- [39] AGUIAR, R. A. A.; SAVI, M. A.; PACHECO, P. M. C. L. Experimental and numerical investigations of shape memory alloy helical springs. **Smart Materials and Structures**, v. 19, n. 2, p. 25008, 1 fev. 2010.
- [40] BORGES, J. et al. Rotor-bearing vibration control system based on fuzzy controller and smart actuators. **The International Journal of Multiphysics**, v. 7, n. 3, p. 197–206, set. 2013.
- [41] DONG, Y.; BOMING, Z.; JUN, L. A changeable aerofoil actuated by shape memory alloy springs. **Materials Science and Engineering: A**, v. 485, n. 1–2, p. 243–250, jun. 2008.
- [42] SALERNO, M. et al. Anchoring frame for intra-abdominal surgery. **The International Journal of Robotics Research**, v. 32, n. 3, p. 360–370, 14 mar. 2013.
- [43] SHENG, J.; DESAI, J. P. Design, modeling and characterization of a novel meso-scale SMA-actuated torsion actuator. **Smart Materials and Structures**, v. 24, n. 10, p. 105005, 1 out. 2015.
- [44] REICH, G.; SANDERS, B. Introduction to Morphing Aircraft Research. **Journal of Aircraft**, v. 44, n. 4, p. 1059–1059, 1 jul. 2007.
- [45] KUMAR, BHARAT; DEREMER, DALE; MARSHALL, D. **An Illustrated Dictionary of Aviation**. 1. ed. [s.l.] McGraw-Hill Education, 2002.
- [46] HENDERSON, W. P.; HOLMES, B. J. **Induced Drag - Historical Perspective**. SAE International , 1989.
- [47] WHITCOMB, R. T. **A design approach and selected wind-tunnel results at high subsonic mounted speeds for winglets**. Hampton, VA: [s.n.].
- [48] BARBER, M. R.; SELEGAN, D.; MONTOYA, L.; JACOBS, P.; FLECHNER, S.; SIMS, R. W. . **KC-135 Winglet Program Review**. NASA Conference Publication 2111. Edwards, CA: NASA Dryden Flight Research Center, 1982.
- [49] COIMBRA, R. F. DE F.; CATALANO, F. M. Estudo experimental sobre pontas de asa para uma aeronave agrícola. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 3, n. 1, p. 99–105, 5 abr. 1999.

- [50] ELZEY, D. M.; SOFIA, A. Y. N.; WADLEY, H. N. G. A shape memory-based multifunctional structural actuator panel. **International Journal of Solids and Structures**, v. 42, n. 7, p. 1943–1955, 2005.
- [51] ELZEY, D. M. et al. A bio-inspired high-authority actuator for shape morphing structures. **Proceedings of SPIE**, v. 5053, n. 7, p. 1943–1955, 2003.
- [52] HARTL, D. J.; LAGOUDAS, D. C. Aerospace applications of shape memory alloys. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 221, n. 4, p. 535–552, 1 abr. 2007.
- [53] WAHL, A. M. **Mechanical Springs**. 1. ed. Cleveland, O.: Penton Pub. Co., 1944.
- [54] SHIGLEY, J. E. **Elementos de Máquinas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984.
- [55] TIMOSHENKO, S. **Strenght of materials**. 3. ed. [s.l.] Krieger Pub Co, 1983.
- [56] MORGAN, N. B.; BROADLEY, M. **Taking the Art out of Smart! - Forming Processes and Durability Issues for the Application of Niti Shape Memory Alloys in Medical Devices**. Medical Device Materials: Proceedings of the Materials & Processes for Medical Devices Conference 2003. ASM International, 2004.
- [57] SHENG, J.; DESAI, J. P. A novel meso-scale SMA-actuated torsion actuator. **IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems**, v. 2015–Decem, n. 10, p. 4718–4723, 2015.